

Musterprüfung:

12. Dez. 2011

- 1.) Für welche Werte von q schneidet $g: y=6x+q$ den Graphen der Parabel $p: y=\frac{1}{2}x^2$?
- 2.) Bestimme Nullstellen, Polstellen und die schräge Asymptote von $f(x) = \frac{x^3 - 125}{x^2 - 4x - 21}$?
- 3.) Für welche Werte von a hat $f(x) = \frac{x^3 - 216}{x^2 - 2x - a}$ behebbare Definitionslücken?
- 4.) Stelle den Vektor $\vec{c} = \begin{pmatrix} 17 \\ -18 \end{pmatrix}$ dar als Linearkombination der Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$ wie folgt:
$$\vec{c} = t \cdot \vec{a} + u \cdot \vec{b}$$
- 5.) Von einem rechtwinklig-gleichschenkligen Dreieck ABC (positiver Umlaufsinn, rechter Winkel beim Punkt C) kennt man zwei Punkte wie folgt: $B \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$ und $C \begin{pmatrix} 13 \\ 7 \end{pmatrix}$. Bestimme den fehlenden Eckpunkt A , sowie den Flächeninhalt des Dreiecks.
- 6.) Bestimme auf der Parabel $p: y=x^2$ den Punkt mit dem kleinsten Abstand zur Geraden $g: 48x - 64y - 169 = 0$. Bestimme auch diesen kleinstmöglichen Abstand.
- 7.) Bestimme Extrema der Funktion $f(x) = \frac{x}{e^x}$.
- 8.) Eine ganzrationale Funktion dritten Grades schneidet die x -Achse an den Stellen $x_1=0$ und $x_2=6$. Sie hat einen Tiefpunkt $T \begin{pmatrix} 4 \\ -16 \end{pmatrix}$. Bestimme die Funktionsgleichung und den Wendepunkt.

9.) Bestimme die erste Ableitung von

a) $f(x) = \frac{e^x}{x+1}$

b) $f(x) = x \cdot \ln x$

c) $f(x) = \frac{x}{x+1} \cdot \ln x$

10.) Von einem allgemeinen Dreieck kennt man

• Eckpunkt $A \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}$

• Mittelpunkt der Seite c: $M_c \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$

• Schnittpunkt der Seitenhalbierenden $S \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$

Bestimme die fehlenden Eckpunkte B und C.

11.) Zwei Vektoren sind gegeben wie folgt:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 12 \\ 7 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 16 \\ -12 \end{pmatrix}$$

Bestimme

a) $|\vec{a}|$ und $|\vec{b}|$

b) Den von \vec{a} und \vec{b} eingeschlossenen Winkel.

12.) Eine nach unten geöffnete Parabel geht durch den Koordinatenursprung. Ihr Scheitelpunkt liegt auf der „Höhe“ $y = 18$. An der Stelle $x = 1/2$ hat der Graph die Steigung 10. Bestimme die Funktionsgleichung, sowie die Koordinaten des Scheitelpunkts.

13.) Ein Kreis mit dem Mittelpunkt auf der y -Achse schneidet die Gerade $g: y = x$ an den Stellen $x_1 = 3$ und $x_2 = 5$. Bestimme den Mittelpunkt und den Radius des Kreises.

- 14.) Für welche Werte von m schneidet die Gerade $g: y=2mx$ die Parabel $p: y=x^2+m$?
- 15.) Eine ganzrationale Funktion dritten Grades geht durch den Koordinatenursprung und hat einen Wendepunkt auf der x -Achse. Ihre Wendetangente hat eine Funktionsgleichung wie folgt: $t_w: 25x+y-125=0$. Bestimme die Funktionsgleichung der ganzrationalen Funktion.
- 16.) Bestimme die Gleichung der Wendetangenten an den Graphen von $f(x)=x \cdot e^{-x}$.
- 17.) Die Gerade g schneidet den Graphen von $f(x)=a-x^4$ im Punkt $P\left(\frac{2}{0}\right)$ senkrecht. Bestimme den Parameter a und die Funktionsgleichung von g .

Ergebnisse:

- 1.) $q > -18$
- 2.) Nullstellen: $x_1=5$
Polstellen: $x_2=7, x_3=-3$
Asymptote: $y=x+4$
- 3.) Wenn $a=24$
- 4.) $t=5, u=-2 \rightarrow \vec{c}=5\vec{a}-2\vec{b}$
- 5.) $A\left(\begin{smallmatrix} 5 \\ 22 \end{smallmatrix}\right), A_{ABC}=144,5$
- 6.) $P\left(\frac{3}{8}, \frac{9}{64}\right), d=2$
- 7.) $H\left(\frac{1}{e}\right) \rightarrow H(0.368)$
- 8.) $y=\frac{1}{2}x^3-3x^2, W\left(\begin{smallmatrix} 2 \\ -8 \end{smallmatrix}\right)$
9. a) $f'=x \cdot e^x/(x+1)^2$
b) $f'=\ln x + 1$
c) $f'=[x+1+\ln x]/(x+1)^2$
- 10.) $B\left(\begin{smallmatrix} 5 \\ 11 \end{smallmatrix}\right), C\left(\begin{smallmatrix} -5 \\ 2 \end{smallmatrix}\right)$
11. a) $|\vec{a}|=\sqrt{193}=13.89, |\vec{b}|=20, \varphi=67.13^\circ$

- 12.) Zwei Lösungen:
 $y=-2x^2+12x \rightarrow S\left(\begin{smallmatrix} 3 \\ 18 \end{smallmatrix}\right)$
 $y=-50x^2+60x \rightarrow S\left(\begin{smallmatrix} 0.6 \\ 18 \end{smallmatrix}\right)$
- 13.) $M\left(\begin{smallmatrix} 0 \\ 8 \end{smallmatrix}\right), r=\sqrt{34}=5.331$
- 14.) $m < 0$ od. $m > 1$. (Für $m=0$ od. $m=1$ ist g eine Tangente an p).
- 15.) $y=x^3-15x^2+50x$
- 16.) $t_w: y=-\frac{x}{e^2}+\frac{4}{e^2}$
 $t_w: y=-0.2706x+1.0827$
- 17.) $a=16$
 $g: y=-32x+64$