
Fach: Mathematik I

Zeitpunkt: Juni 2011, 120 Minuten

Klassen Zulassungsstudium Beginn August 2010

Examinator Peter Senn, Ph.D.

Erlaubte Hilfsmittel - Eine persönlich erstellte und/oder eine gedruckte Formelsammlung
(handschriftliche Einträge ohne Lösungsansätze sind erlaubt)
- Ein elektronischer Rechner

Bewertungsschema Pro Aufgabe total 3 Punkte --> Maximal 30 Punkte

<u>Notengebung</u>	<u>Anzahl Punkte</u>	<u>Note</u>
(Anz. Punkte / 5 + 1)	30,29,28,27,26,25,24	6.0
	23,22	5.5
	21,20,19	5.0
	18,17	4.5
	16,15,14	4.0
	13,12	3.5
	11,10,9	3.0
	8,7	2.5
	6,5,4	2.0
	3,2	1.5
	1,0	1.0

Wichtig

- Bei jeder Aufgabe muss der Lösungsweg in allen Schritten nachvollziehbar sein, ansonsten die Aufgabe nicht bewertet würde
- Erratene Lösungen werden nicht bewertet
- Für jede Aufgabe ist ein separates Blatt, versehen mit Name und Vorname, zu verwenden
- Die Lösungsblätter sind nur einseitig zu beschriften

AUSZUG AUS DEM REGLEMENT

IV. PRÜFUNGSBESTIMMUNGEN, § 13 (Ausschluss von Zertifikatsprüfungen bzw. Gesamtprüfung)

Ein Ausschluss von den Prüfungen erfolgt, wenn

- der/die Studierende unerlaubte Hilfsmittel verwendet oder in anderer schwerwiegender Weise gegen die Prüfungsordnung verstösst
- der/die Studierende ohne zwingenden Grund einer Prüfung ganz oder teilweise fernbleibt
- sich auch nachträglich ein offenkundiger und belegbarer Betrug herausstellt.

Wird ein Ausschluss ausgesprochen, gilt die ganze Zertifikats- oder Gesamtprüfung als nicht bestanden. Die Studierenden werden ausdrücklich auf diese Bestimmungen aufmerksam gemacht.

Aufgabe 1:

Bestimme die Lösungen für x und y des Gleichungssystems

$$x \cdot y = 4 \quad \text{und} \quad x + 3y = 7$$

Aufgabe 2:

Für die Wurzeln x_1 und x_2 der quadratischen Gleichung $x^2 - 9x + q = 0$ gilt $x_1 + 4x_2 = 0$. Bestimme die Wurzeln x_1 und x_2 , sowie den Parameter q .

Aufgabe 3:

Stelle die Lösungsmenge von

$$\left| \begin{array}{l} y > |x| \\ |x - 2| + y < 6 \end{array} \right|$$

graphisch dar. Berechne auch den Flächeninhalt des Gültigkeitsbereichs des Gleichungssystems.

Aufgabe 4:

Für welche Werte der Parameter a und b hat

$$\left| \begin{array}{l} a \cdot x - 2y = 4 \\ b \cdot x + 4y = b \end{array} \right|$$

- a) eine Lösung?
- b) keine Lösung?
- c) unendlich viele Lösungen?

Aufgabe 5:

Bestimme die Definitions- und Lösungsmenge für x von $\lg(5 - x) = \lg 11 - \lg(x + 7)$. (Dabei ist $\lg x$ der Zehnerlogarithmus von x , d.h. $\lg x = \log_{10} x$).

Aufgabe 6:

Die Funktionsgleichungen der Parabeln p_1 und p_2 enthalten einen Parameter a wie folgt:

$$\begin{aligned} p_1: y &= x^2 - a \\ p_2: y &= 2x^2 + ax \end{aligned}$$

Bestimme positive Werte für a ($a > 0$) so, dass die Graphen von p_1 und p_2 sich berühren. Bestimme auch die Koordinaten des Berührungspunkts.

Aufgabe 7:

Bestimme die Lösungsmenge für x von

a) $x^{(\lg x^2)} = 100$, dabei ist $\lg x^2$ der der Zehnerlogarithmus von x^2 .

b) $\frac{9^x + 81}{3^x} = 30$

Aufgabe 8:

Für welche Werte von b ergibt die Polynomdivision $(x^3 + 4x^2 + b \cdot x - 49) : (x - 7)$ keinen Rest?

Aufgabe 9:

a) Für welche natürliche Zahlen n gilt $0.99^n < 0.01$?

b) Bestimme die Umkehrfunktion von $y = 10^{x+1} - 10$

Aufgabe 10:

Bestimme die Definitions- und Lösungsmenge für x von $\frac{15}{x-2} < x$

WIR WÜNSCHEN IHNEN VIEL ERFOLG !

14.05.2011/PS

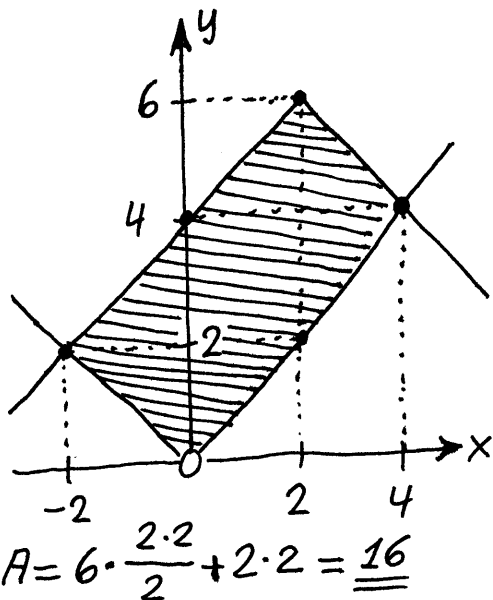
Musterlösungen:

1.) $y = 4/x \rightarrow x + \frac{12}{x} = 7 \rightarrow x^2 - 7x + 12 = 0$
 $(x-4) \cdot (x-3) = 0 \rightarrow 2 \text{ Lösungen.}$

1. Lösung: $x_1 = 4$ und $y_1 = 1$
2. " : $x_2 = 3$ und $y_2 = 4/3$

2.) Vieta: $-(x_1 + x_2)/1 = -(-4x_2 + x_2) = 3x_2 = -9$
 $\rightarrow x_2 = -3$
 $x_1 = -4x_2 = 12$ $q = x_1 \cdot x_2 / 1 = 12 \cdot (-3) = \underline{\underline{-36}}$

3.)



4.) ① $y = \frac{a}{2}x - 2$

② $y = -\frac{b}{4}x + \frac{b}{4}$

a) $b \neq -2a$

b) $b = -2a \neq -8$

c) $a = 4$ und $b = -8$

5.) $\mathbb{D} = \{x \in \mathbb{R} \mid -7 < x < 5\}$

$\lg(5-x) + \lg(x+7) = \lg[(5-x) \cdot (x+7)] =$
 $\lg(-x^2 - 2x + 35) = \lg 11 \rightarrow x^2 + 2x - 24 = 0$
 $(x+6) \cdot (x-4) = 0 \rightarrow \underline{\underline{x \in \{-6; 4\}}}$

6.) $p_1 \cap p_2: 2x^2 + ax = x^2 - a \rightarrow x^2 + ax + a = 0$

$\rightarrow \mathbb{D} = a^2 - 4a = a(a-4) = 0 \rightarrow \underline{\underline{a=4}}$

$x^2 + 4a + 4 = (x+2)^2 = 0 \rightarrow x = -2, y(-2) = (-2)^2 - 4 = 0$

$\rightarrow \underline{\underline{S(-2)$

$$7. a) x^{\lg x^2} = 100 \xrightarrow{\lg \dots} (\lg x^2) \cdot \lg x = (2 \lg x) \cdot \lg x \\ = 2(\lg x)^2 = \lg 100 = 2 \rightarrow \lg x = \pm 1 \rightarrow x \in \underline{\underline{\left\{ \frac{1}{10}; 10 \right\}}}}$$

$$b) 9^x - 30 \cdot 3^x + 81 = (3^x)^2 - 30 \cdot 3^x + 81 = \\ (3^x - 27) \cdot (3^x - 3) = (3^x - 3^3) \cdot (3^x - 3^1) = 0 \rightarrow x \in \underline{\underline{\{1, 3\}}}}$$

$$8.) (x^3 + 4x^2 + bx - 49) : (x - 7) = x^2 + 11x + 7$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 7x^2 \\ \hline \end{array}$$

$$11x^2 + bx - 49$$

$$\begin{array}{r} 11x^2 - 77x \\ \hline \end{array}$$

$$(b+77)x - 49$$

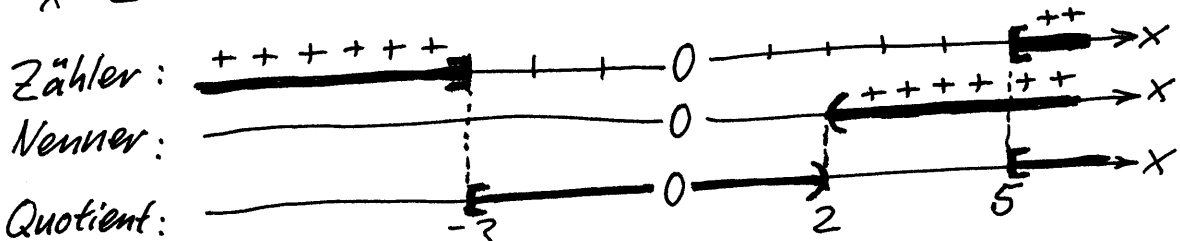
$$7x - 49$$

$$\begin{array}{r} (b+70)x - 49 \\ \hline \end{array} \rightarrow \underline{\underline{b = -70}}$$

$$9. a) n \cdot \lg 0.99 = \lg 0.01 = -2 \rightarrow n = -2 / \lg 0.99 \\ = 458.2 \rightarrow \underline{\underline{\mathbb{L} = \{n \in \mathbb{N} \mid n > 458\}}}}$$

$$b) 10^{x+1} - 10 = 10 \cdot 10^x - 10 = 10 \cdot (10^x - 1) = y \rightarrow \\ 10^x = \frac{y}{10} + 1 \rightarrow x = \lg \left(\frac{y}{10} + 1 \right) \rightarrow \underline{\underline{y = \lg \left(\frac{x}{10} + 1 \right)}}$$

$$10.) \frac{15}{x-2} < \frac{x^2 - 2x}{x-2} \rightarrow \frac{x^2 - 2x - 15}{x-2} = \frac{(x-5)(x+3)}{x-2} > 0$$



$$\underline{\underline{\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}}}}$$

$$\underline{\underline{\mathbb{L} = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x < 2 \vee x \geq 5\}}}}$$