
Fach: Mathematik II / Geometrie

Zeitpunkt: Juni 2012

Zeit: 90 Minuten

Dieses Aufgabenblatt bleibt nach der Prüfung im Besitze der Studierenden und muss nicht mit den Lösungen abgegeben werden.

<u>Klassen</u>	Zulassungsstudium Beginn August 2011
<u>Examinatoren</u>	Dozenten der Klassen 1-3 Zulassungsstudium 2011-12
<u>Erlaubte Hilfsmittel</u>	- Eine persönlich erstellte und/oder eine gedruckte Formelsammlung (handschriftliche Einträge ohne Lösungsansätze sind erlaubt) - Ein elektronischer Rechner
<u>Bewertungsschema</u>	Pro Aufgabe total 3 Punkte --> Maximal 24 Punkte

<u>Notengebung</u>	<u>Anzahl Punkte</u>	<u>Note</u>
(Anz. Punkte / 4 + 1)	24,23,22,21,20,19	6.0
	18,17	5.5
	16,15	5.0
	14,13	4.5
	12,11	4.0
	10,9	3.5
	8,7	3.0
	6,5	2.5
	4,3	2.0
	2,1	1.5
	0	1.0

<u>Wichtig</u>	- Bei jeder Aufgabe muss der Lösungsweg in allen Schritten nachvollziehbar sein, ansonsten die Aufgabe nicht bewertet würde - Erratene Lösungen werden nicht bewertet - Für jede Aufgabe ist ein separates Blatt, versehen mit Name und Vorname, zu verwenden - Die Lösungsblätter sind nur einseitig zu beschriften
----------------	---

AUSZUG AUS DEM REGLEMENT

IV. PRÜFUNGSBESTIMMUNGEN, § 13 (Ausschluss von Zertifikatsprüfungen bzw. Gesamtprüfung)

Ein Ausschluss von den Prüfungen erfolgt, wenn

- der/die Studierende unerlaubte Hilfsmittel verwendet oder in anderer schwerwiegender Weise gegen die Prüfungsordnung verstösst
- der/die Studierende ohne zwingenden Grund einer Prüfung ganz oder teilweise fernbleibt
- sich auch nachträglich ein offenkundiger und belegbarer Betrug herausstellt.

Wird ein Ausschluss ausgesprochen, gilt die ganze Zertifikats- oder Gesamtprüfung als nicht bestanden. Die Studierenden werden ausdrücklich auf diese Bestimmungen aufmerksam gemacht.

Aufgabe 1

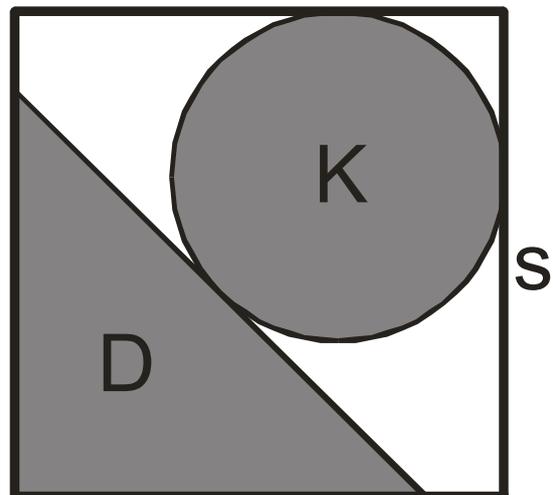
Von einem Dreieck kennt man die Seite $c = 15 \text{ cm}$ und die Winkel $\alpha = 70^\circ$ und $\beta = 50^\circ$. Berechnen Sie die Länge der Seitenhalbierenden s_{CM} , die vom Punkt C zum Mittelpunkt M der Seite AB des Dreiecks führt.

Aufgabe 2

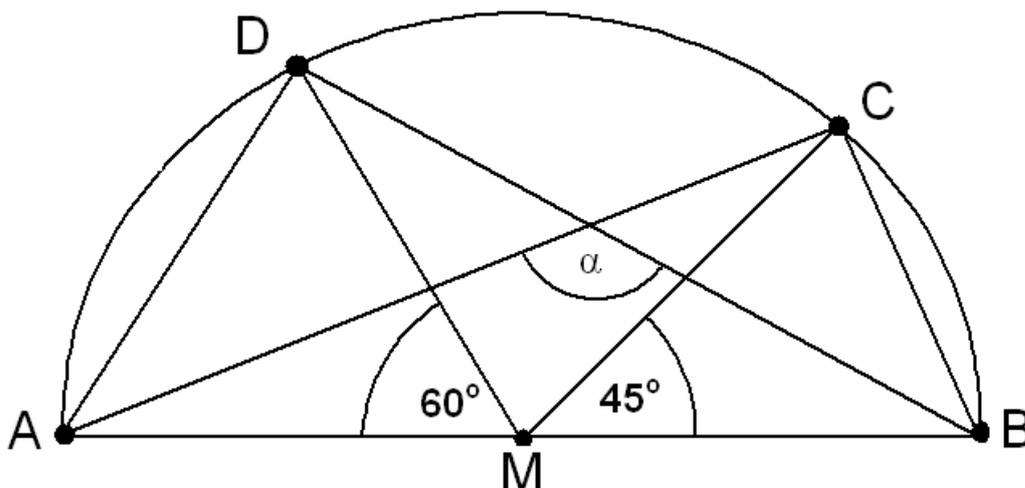
Von einem Trapez kennt man die Fläche $A = 374,2 \text{ cm}^2$, die Höhe $h = 12 \text{ cm}$, den Winkel $\alpha = 50^\circ$ sowie die parallele Seite $CD = 12 \text{ cm}$. Berechnen Sie die Länge der Grundseite AB sowie die Länge der Diagonalen AC.

Aufgabe 3

Einem Quadrat mit Seitenlänge s wird, wie in nebenstehender Skizze illustriert, ein Kreis (K) und ein gleichschenkelig-rechtwinkliges Dreieck (D) einbeschrieben. Wie gross ist der Radius von K, wenn D und K flächengleich sind und $s = 8$ beträgt?



Aufgabe 4

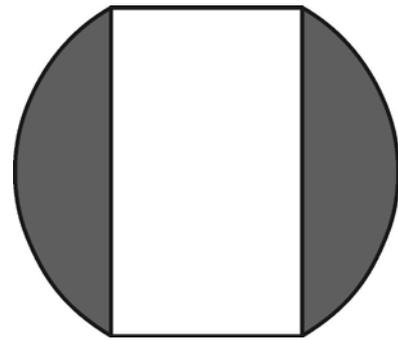


Gegeben sind ein Halbkreis mit Durchmesser AB und Mittelpunkt M auf dem Durchmesser AB sowie die beiden Punkte C und D auf dem Halbkreis und die beiden eingezeichneten Zentriwinkel von 45° bzw. 60° .

Bestimmen Sie den Winkel α .

Aufgabe 5

Durch eine Kugel mit einem Volumen von 1000 cm^3 wird ein kreisrundes Loch gebohrt. Wie gross ist das „Restvolumen“ der Kugel mit dem Loch, wenn der Durchmesser des Lochs halb so gross ist wie der Kugeldurchmesser?



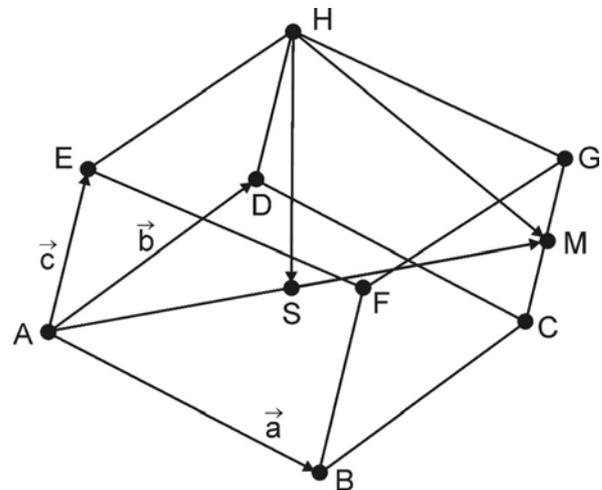
Aufgabe 6

Nebenstehende Figur zeigt ein Parallel-epiped (Spat) mit den Basisvektoren \vec{a} , \vec{b} und \vec{c} . Der Vektor \vec{a} verbindet A mit B, \vec{b} verbindet A mit D und \vec{c} geht von A nach E.

Der Punkt M ist der Mittelpunkt der Kante CG und S ist der Mittelpunkt der Strecke AM. Stellen Sie die Verbindungsvektoren

- a) \vec{HM}
- b) \vec{SM}
- c) \vec{HS}

als Linearkombination der Vektoren \vec{a} , \vec{b} und \vec{c} dar.



Aufgabe 7

Gegeben ist eine Gerade g durch die beiden Punkt $A(3/1/3)$ und $B(3/2/5)$. Punkt $C(5/2/5)$ liegt ausserhalb der Geraden g. Bestimmen Sie die Punkte D auf der Geraden g, die den gleichen Abstand vom Punkt C haben wie der Punkt A vom Ursprung des Koordinatensystems.

Aufgabe 8

Von einem geraden Kreiskegel kennt man den Mittelpunkt $M(2/-3/1)$ der Grundfläche und zwei Punkte $A(7/1/3)$ und $B(4/2/-3)$ auf dem Kreis der Grundfläche. Die Spitze S des Kegels liegt in der Ebene $E: x + y + z - 3 = 0$. Bestimmen Sie die Höhe des Kegels.

WIR WÜNSCHEN IHNEN VIEL ERFOLG !

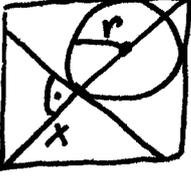
04.06.2012/AL

Zulassungsstudium Abschlussprüfung Mathe II 2012

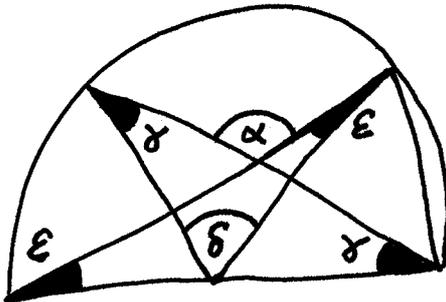
Masterlösungen:

1.) SS: $b = c \cdot \sin \beta / \sin(180^\circ - \alpha - \beta) = 15 \text{ cm} \cdot \sin 50^\circ / \sin 60^\circ = 13.268 \text{ cm} \rightarrow$
 CS: $s_{CM} = \sqrt{b^2 + (c^2/4) - bc \cos \alpha} = \underline{\underline{12.815 \text{ cm}}}$

2.) $(\overline{AB} + \overline{CD}) / 2 = A/h = 31.18 \text{ cm} \rightarrow \overline{AB} = \underline{\underline{50.37 \text{ cm}}}$
 $\overline{AC} = \sqrt{(h/\tan \alpha + \overline{CD})^2 + h^2} = \underline{\underline{25.121 \text{ cm}}}$

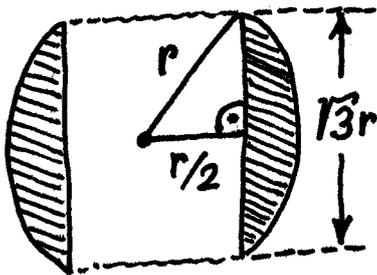
3.)  $x^2 = \pi r^2 \rightarrow x = \sqrt{\pi} r$
 $r[\sqrt{2} + 1 + \sqrt{\pi}] = \sqrt{2} s \rightarrow r = \frac{\sqrt{2} s}{\sqrt{2} + 1 + \sqrt{\pi}}$
 $r = \underline{\underline{2.7023}}$

4.)



$\delta = 180^\circ - 60^\circ - 45^\circ = 75^\circ$
 $\epsilon = 45^\circ / 2 = 22.5^\circ$
 $\delta = 60^\circ / 2 = 30^\circ$
 $\alpha + \delta + \delta + 45^\circ + \epsilon + 60^\circ = 360^\circ$
 $\alpha = 360^\circ - \delta - \delta - \epsilon - 105^\circ$
 $= 360^\circ - 75^\circ - 30^\circ - 22.5^\circ - 105^\circ$
 $\alpha = \underline{\underline{127.5^\circ}}$

5.)



$V = \frac{4}{3} \pi r^3 \rightarrow r^3 = \frac{3V}{4\pi}$
 $V' = \frac{1}{6} \pi \sqrt{3} r \left[3 \cdot \left(\frac{r}{2}\right)^2 + 3 \cdot \left(\frac{r}{2}\right)^2 + 3r^2 \right] - \underbrace{\pi \left(\frac{r}{2}\right)^2 \sqrt{3} r}_{\text{Zylinder}}$
 $V' = \frac{\sqrt{3}}{2} \pi r^3 = \frac{\sqrt{3}}{2} \pi \cdot \frac{3V}{4\pi} = \frac{3\sqrt{3}}{8} V = \underline{\underline{649.5 \text{ cm}^3}}$

6.) a) $\vec{HM} = \vec{a} - \frac{1}{2} \vec{c}$
 b) $\vec{SM} = \frac{1}{2} \vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b} + \frac{1}{4} \vec{c}$
 c) $\vec{HS} = \frac{1}{2} \vec{a} - \frac{1}{2} \vec{b} - \frac{3}{4} \vec{c}$

7.) $|\vec{r}_A| = \left| \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{3^2 + 1 + 3^2} = \sqrt{19}$

$g: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \rightarrow D \begin{pmatrix} 3 \\ 1+\lambda \\ 3+2\lambda \end{pmatrix}$

$\vec{DC} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1-\lambda \\ 2-2\lambda \end{pmatrix} \rightarrow (|\vec{DC}|)^2 = 2^2 + (1-\lambda)^2 + (2-2\lambda)^2 = 19$

$\rightarrow \lambda^2 - 2\lambda - 2 = 0$
 $\lambda = 1 \pm \sqrt{3} \rightarrow D_1 \begin{pmatrix} 3 \\ 3.732 \\ 8.464 \end{pmatrix} \text{ und } D_2 \begin{pmatrix} 3 \\ 0.268 \\ 1.536 \end{pmatrix}$

$$8.) \vec{MA} \times \vec{MB} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -26 \\ 24 \\ 17 \end{pmatrix}$$

$$g: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -26 \\ 24 \\ 17 \end{pmatrix} \rightarrow S = g(\lambda) : \begin{array}{l} 2 - 26\lambda \\ -3 + 24\lambda \\ +1 + 17\lambda - 3 = 0 \end{array}$$

$$15\lambda - 3 = 0 \rightarrow \lambda = 1/5 \rightarrow S \begin{pmatrix} -3.2 \\ 1.8 \\ 4.4 \end{pmatrix}$$

$$h = \overline{M \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} S \begin{pmatrix} -3.2 \\ 1.8 \\ 4.4 \end{pmatrix}} = \sqrt{5.2^2 + 4.8^2 + 3.4^2}$$

$$h = \sqrt{61.64} = \underline{\underline{7.8511}}$$