
Fach: Mathematik I

Zeitpunkt: Januar 2009, 120 Minuten

Dieses Aufgabenblatt bleibt nach der Prüfung im Besitze der Studierenden und muss nicht mit den Lösungen abgegeben werden.

<u>Klassen</u>	Zulassungsstudium Beginn August 2008
<u>Examinator</u>	Prof. Dr.h.c. Bedi Büktas, Rektor der Hochschule für Technik Zürich
<u>Erlaubte Hilfsmittel</u>	- Eine persönlich erstellte und/oder eine gedruckte Formelsammlung (handschriftliche Einträge ohne Lösungsansätze sind erlaubt) - Ein elektronischer Rechner
<u>Bewertungsschema</u>	Pro Aufgabe total 3 Punkte --> Maximal 24 Punkte

<u>Notengebung</u>	<u>Anzahl Punkte</u>	<u>Note</u>
(Anz. Punkte / 4 + 1)	24,23,22,21,20,19	6.0
	18,17	5.5
	16,15	5.0
	14,13	4.5
	12,11	4.0
	10,9	3.5
	8,7	3.0
	6,5	2.5
	4,3	2.0
	2,1	1.5
	0	1.0

<u>Wichtig</u>	- Bei jeder Aufgabe muss der Lösungsweg in allen Schritten nachvollziehbar sein, ansonsten die Aufgabe nicht bewertet würde - Erratene Lösungen werden nicht bewertet - Für jede Aufgabe ist ein separates Blatt, versehen mit Name und Vorname, zu verwenden - Die Lösungsblätter sind nur einseitig zu beschriften
----------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

AUSZUG AUS DEM REGLEMENT

IV. PRÜFUNGSBESTIMMUNGEN, § 13 (Ausschluss von Zertifikatsprüfungen bzw. Gesamtprüfung)

Ein Ausschluss von den Prüfungen erfolgt, wenn

- der/die Studierende unerlaubte Hilfsmittel verwendet oder in anderer schwerwiegender Weise gegen die Prüfungsordnung verstösst
- der/die Studierende ohne zwingenden Grund einer Prüfung ganz oder teilweise fernbleibt
- sich auch nachträglich ein offenkundiger und belegbarer Betrug herausstellt.

Wird ein Ausschluss ausgesprochen, gilt die ganze Zertifikats- oder Gesamtprüfung als nicht bestanden. Die Studierenden werden ausdrücklich auf diese Bestimmungen aufmerksam gemacht.

Aufgabe 1

Berechnen Sie alle Lösungen für x aus der Gleichung:

$$(x + 3)^{\frac{1}{2}} + (2x - 8)^{\frac{1}{2}} - 15 \cdot (x + 3)^{-\frac{1}{2}} = 0$$

Aufgabe 2

In einem Dreieck verhalten sich der kleinste und der grösste Winkel wie 2 : 3. Der dritte Winkel ist das arithmetische Mittel der beiden anderen. Berechnen Sie die Dreieckswinkel.

Aufgabe 3

Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck möglichst:

$$\frac{12y + 5n}{6y} - \frac{10n^2 - 17ny}{12ny - 6y^2} - \frac{y}{2n - y}$$

Aufgabe 4

Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck möglichst:

$$[2(-b)^{-3}]^{-2} - [4(-b/2)^2]^3 + (-2)^{11} \cdot [-(4b^{-1})^2]^{-3}$$

Aufgabe 5

a) Für welche natürlichen Zahlen n gilt: $(7/9)^n < 0.0001$?

b) Berechnen Sie x aus der Gleichung: $\ln(x-1) = 3 - \ln(x-2)$.

Aufgabe 6

Für welche Werte des Parameters a hat folgende Gleichung keine reelle Lösung für x ?

$$(12a - 2)x^2 - 40x + 20a - 5 = 0$$

Aufgabe 7

Bestimmen Sie die Lösungsmenge für x: $|x - 6| > x^2 - 5x + 9$

Aufgabe 8

Gegeben sind die komplexen Zahlen $z_1 = -4 + i$ und $z_2 = 2 + 2i$.

Berechnen Sie z_1 / z_2 in der Exponentialform.

WIR WÜNSCHEN IHNEN VIEL ERFOLG !

Abschlussprüfung Bachelor Zulassungsstudium (Jan. 2009)

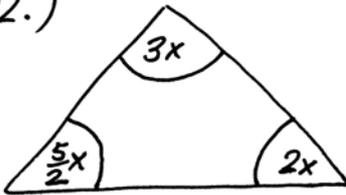
1.) $\sqrt{x+3} + \sqrt{2x-8} = 15/\sqrt{x+3} \rightarrow x+3 + \sqrt{(2x-8)(x+3)} = 15$
 $\sqrt{2(x^2-x-12)} = 12-x \xrightarrow{\text{quad.}} 2(x^2-x-12) = x^2 - 24x + 144$
 $\rightarrow x^2 + 22x - 168 = (x-6)(x+28) = 0$

Probe: $x_1 = 6 \rightarrow \sqrt{9} + \sqrt{4} - 15/\sqrt{9} = 3 + 2 - 5 = 0 \checkmark$

$x_2 = -28 \rightarrow \sqrt{-25} + \sqrt{-64} - 15/\sqrt{-25} \neq 0$

Nur eine Lösung $x=6$

2.)



$$\frac{2x+3x}{2} = \frac{5}{2}x$$

$$3x + 2x + \frac{5}{2}x = \frac{15}{2}x = 180^\circ \rightarrow x = 240$$

$$\alpha_1 = 2x = 48^\circ; \alpha_2 = \frac{5}{2}x = 60^\circ; \alpha_3 = 3x = 72^\circ$$

3.)
$$\frac{12y+5n}{6y} - \frac{(10n-17y)n}{(2n-y)6y} - \frac{y}{2n-y} = \frac{(12y+5n)(2n-y) - n(10n-17y) - 6y^2}{6y(2n-y)}$$

$$= \frac{36ny - 18y^2}{6y(2n-y)} = \frac{18y(2n-y)}{6y(2n-y)} = \underline{\underline{3}}$$

4.)
$$\left(\frac{2}{-b^3}\right)^{-2} - \left[\frac{4}{4} \frac{b^2}{b^2}\right]^3 - 2^{11} \left[-\left(\frac{4}{b}\right)^2\right]^{-3} = \frac{b^6}{4} - b^6 + 2^{11} \frac{b^6}{46}$$

$$= \frac{b^6}{4} - b^6 + \frac{b^6}{2} = \underline{\underline{\frac{-b^6}{4}}}$$

5.a) $\left(\frac{7}{9}\right)^n = 0.0001 \rightarrow n = \lg(7/9) = \lg 0.0001 = -4$
 $n = -4 / \lg(7/9) = 36.649 \rightarrow \underline{\underline{n > 36}}$

b) $\ln(x-1) + \ln(x-2) = \ln((x-1)(x-2)) = \ln(x^2 - 3x + 2) = 3$
 $\rightarrow x^2 - 3x + 2 - e^3 = 0 \rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4(2 - e^3)}}{2}$
 $x_1 = 6.0095$
 $x_2 = -3.0095 \notin \mathbb{L}$ | Probe: $\ln(6.0095-1) = 3 - \ln(6.0095-2)$
 $1.61133 = 3 - 1.388665 = 1.61133$
 $\rightarrow \underline{\underline{x = 6.0095}}$

$$6.) \quad 2(6a-1)x^2 - 40x + 5(4a-1) = 0 \rightarrow D = 40^2 - 4 \cdot 2 \cdot (6a-1)(4a-1) \cdot 5 \\ = 40[40 - (6a-1)(4a-1)] < 0 \rightarrow 39 + 10a - 24a^2 < 0 \rightarrow \\ (a - \frac{3}{2}) \cdot (a + \frac{13}{12}) > 0 \rightarrow \underline{\underline{a > 3/2 \text{ od. } a < -13/12}}$$

$$7.) \quad |x-6| > x^2 - 5x + 9$$

$$x > 6 \rightarrow x-6 > x^2 - 5x + 9 \rightarrow x^2 - 6x + 15 = (x-3)^2 + 6 > 0 \\ \rightarrow \text{keine Lösung}$$

$$x < 6 \rightarrow 6-x > x^2 - 5x + 9 \rightarrow x^2 - 4x + 3 = (x-1) \cdot (x-3) < 0 \\ \rightarrow \underline{\underline{1 < x < 3}}$$

$$8.) \quad z_1/z_2 = \frac{-4+i}{2(1+i)} \cdot \frac{1-i}{1-i} = \frac{-4+4i+i-i^2}{2(1^2-i^2)} = \frac{-3+5i}{4} = r \cdot e^{i\varphi}$$

$$r = \sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^2 + \left(\frac{5}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{34}}{4}, \quad \varphi^{[0]} = \arctan\left(\frac{5}{-3}\right) + 180^\circ = 120.96^\circ$$

$$\rightarrow \varphi = \varphi^{[0]} \cdot \pi/180^\circ = 120.96^\circ \cdot \pi/180^\circ = 2.1112$$

$$\rightarrow \underline{\underline{z_1/z_2 = \frac{\sqrt{34}}{4} e^{2.1112i}}}$$