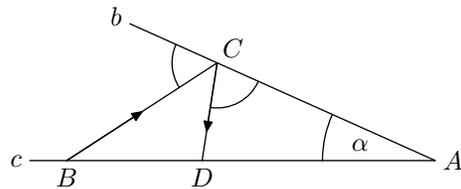


Schriftliche Aufnahmeprüfungen **Frühjahr 2003****MATHEMATIK** (deutsch)

Die Resultate müssen den **vollständigen Lösungsweg** und **alle Zwischenresultate** enthalten.

(*Beschluss der Aufnahmeprüfungskommission vom 15.9.2000*)

1. Der vom Punkt B ausgehende Lichtstrahl wird im Punkt C reflektiert und gelangt zum Punkt D . Berechnen Sie die Länge des reflektierten Strahls CD unter den Voraussetzungen $AB = 8$, $AC = 5$, $\alpha = 30^\circ$ und kontrollieren Sie Ihre Berechnungen in einer sorgfältigen Zeichnung.



2. Zeichnen Sie im Bereich $[0, \frac{\pi}{2}]$ mit 5 cm Einheit
- den Graphen der Funktion $f(x) = x \cdot \cos(x)$ mit Hilfe einer Wertetabelle,
 - den Graphen von $g(x) = x - \frac{x^3}{2}$ durch Berechnen der Nullstellen und Extrema.

Welchen Flächeninhalt hat das im ersten Quadranten liegende Gebiet zwischen den beiden Graphen?

3. Gegeben sind die Parabel $p: y = \frac{1}{4}x^2 + x$ und der Kreis k mit Mittelpunkt $M(1/-1)$ und Radius $r = \sqrt{2}$.
- Beweisen Sie, dass sich die beiden Kurven berühren, und geben Sie die Tangentengleichung im Berührungspunkt an.
 - An welchen zwei weiteren Stellen u der Parabel ist die Parabeltangente gleichzeitig auch Kreistangente?
4. Zwei unabhängige Kurzaufgaben!
- Wie viele Zahlen zwischen 1 und 99'999 haben mindestens drei gleiche Ziffern nebeneinander (z.B. 9991, 30002, 56666)?
 - Die rekursiv definierte Folge

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + n + 1$$

hat eine explizite Darstellung der Form $a_n = pn^2 + qn + r$. Bestimmen Sie die Zahlen p, q, r .