

Schriftliche Aufnahmeprüfungen **Frühling 2004****MATHEMATIK** (deutsch)

Die Resultate müssen den **vollständigen Lösungsweg** und **alle Zwischenresultate** enthalten.
(*Beschluss der Aufnahmeprüfungskommission vom 15.9.2000*)

1. Von einem Dreieck ABC kennt man die Koordinaten der Eckpunkte $A(6/-3)$ und $B(-\frac{3}{4}/6)$ sowie die Gleichung des Inkreises $k : x^2 + y^2 = 9$.
 - a) Zeige, dass der Kreis k die Gerade g_{AB} berührt.
 - b) Bestimme die Koordinaten der Ecke C .

2. Gegeben sind die Folgen

$$a_n = \frac{n+1}{2^n}, \quad s_n = \sum_{k=1}^n a_k.$$

- a) Berechne die Werte der Folgenglieder s_1, s_2, s_3, s_4 .
- b) Für s_n existiert die explizite Darstellung

$$s_n = p - \frac{n+q}{2^n}.$$

Bestimme p und q und beweise die Allgemeingültigkeit der Darstellung mit vollständiger Induktion.

3. Ein Kreiskegel mit Grundkreisradius $r = 12$ und Höhe $h = 16$ wird zentrisch durchbohrt (Bohrachse: Spitze-Grundkreismittelpunkt).
 - a) Drücke die Gesamtoberfläche des gelochten Körpers durch den Bohrradius x aus.
 - b) Welches Volumen hat der entstehende Körper, wenn der Bohrradius so gewählt wurde, dass die Gesamtoberfläche des gelochten Körpers maximal ist?

4. Gegeben sind die beiden Funktionen

$$f(x) = \sqrt{2 \sin(x)}, \quad g(x) = \sqrt{1 - \cos(x)}.$$

- a) Skizziere die Graphen im Bereich $D = [0, \pi]$ mit 2 cm Einheit.
- b) Die Graphen der Funktionen besitzen im Bereich D neben dem Ursprung einen weiteren Schnittpunkt S . Berechne dessen exakte x -Koordinate x_S .
- c) Die beiden Kurven begrenzen für $0 \leq x \leq x_S$ ein Flächenstück, welches man um die x -Achse rotieren lässt. Wie gross wird das Volumen des entstehenden Körpers (auf 2 Nachkommastellen)?