

Schriftliche Aufnahmeprüfungen **Herbst 2003****MATHEMATIK** (deutsch)

Die Resultate müssen den **vollständigen Lösungsweg** und **alle Zwischenresultate** enthalten.
(*Beschluss der Aufnahmeprüfungskommission vom 15.9.2000*)

1. Gegeben ist eine Ellipse mit Halbachsen $a = 5$ und $b = 3$ in Normallage (Mittelpunkt $(0/0)$, Achsen auf den Koordinatenachsen). Für welche Punkte C auf der Ellipse ist der Flächeninhalt des Dreiecks $A(0/-3)B(5/0)C$ gleich 6?
2. Entscheiden Sie durch Rechnung, ob beim Vorhandensein des undurchsichtigen Dreiecks $A(0/0/0)B(6/9/3)C(4/2/10)$ der Punkt $Q(-2/4/5)$ vom Punkt $P(10/4/7)$ aus sichtbar ist.
3. Gegeben ist die Funktion $f(x) = \cos(2x)$ im Intervall $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$.
 - a) Skizzieren Sie mit 4 cm Einheit den Graphen der Funktion f .
 - b) Der Graph und die Normalen in den beiden Nullstellen der Funktion schliessen ein Gebiet ein. Bestimmen Sie dessen Inhalt.
 - c) In dieses Gebiet wird ein achsenparalleles Rechteck mit möglichst grossem Umfang eingeschrieben. Berechnen Sie diesen maximalen Umfang.
4. Gegeben ist in der komplexen Ebene die Abbildung $f(z) = \frac{1+i}{z}$.
 - a) Berechnen Sie $f(i)$ und $f(3-i)$. Geben Sie die Resultate in Normalform an.
 - b) Berechnen Sie die Lösungen der Gleichung $f(z) = z$ (Resultate in Normalform).
 - c) Zeigen Sie, dass gilt: $f(f(z)) = z$.
 - d) Welches Bild hat die Gerade g mit der üblichen Koordinatengleichung $g : y = x + 1$ unter dieser Abbildung?