

Schriftliche Aufnahmeprüfungen **Herbst 2004**

**MATHEMATIK** (deutsch)

Die Resultate müssen den **vollständigen Lösungsweg** und **alle Zwischenresultate** enthalten.  
 (Beschluss der Aufnahmeprüfungskommission vom 15.9.2000)

1. Die nachfolgenden Ungleichungen legen ein Gebiet der  $xy$ -Ebene fest:

$$x \leq 8, \quad y \geq \frac{1}{2}x - 4, \quad y \leq 4x - 4, \quad y \leq \frac{8x^2 - 24x + 16}{x^2}$$

- a) Zeichnen Sie den Rand des Gebietes mit 1 cm Einheit ins Koordinatensystem. Berechnen Sie dazu die Koordinaten der Eckpunkte, der Schnittpunkte mit der  $x$ -Achse und allfällige Extremalstellen.
- b) Wie gross ist der Flächeninhalt des Gebietes?
2. Gegeben sind der Punkt  $P(2/4/1)$  und die beiden Geraden

$$a : \vec{r} = (1/7/3) + \lambda(3/7/0), \quad b : \vec{r} = (1/17/-2) + \mu(2/1/3).$$

- a) Bestimmen Sie die Koordinatengleichung der Ebene  $\mathbb{E}$ , welche durch den Punkt  $P$  und die Gerade  $a$  bestimmt wird.
- b) Zeigen Sie, dass die beiden Geraden  $a$  und  $b$  windschief zueinander stehen.
- c) Bestimmen Sie die Parameterdarstellung jener Geraden durch  $P$ , welche die Geraden  $a$  und  $b$  schneidet.
3. Aus den drei Buchstaben E, T und H werden Wörter der Länge neun gebildet (z.B. HTH-HEEHTE).
- a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig gebildetes Wort 3 E's, 4 T's und 2 H's enthält?
- b) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei einem Wort mit 3 E's, 4 T's und 2 H's in den ersten sechs Buchstaben je 2 E's, T's und H's vorkommen?
- c) Wie viele Wörter gibt es, bei denen es möglich ist, aus den ersten drei Buchstaben oder den letzten drei Buchstaben (eventuell durch Umstellen) das Wort ETH zu bilden? (z.B. HETTHHTHT, HHEEEETE, ETHHHHEHTE)
4. Ein Kreis mit Radius  $r = 3$  rollt auf der Kurve  $k : y = \sqrt{x}$ .
- a) Wo liegt der Mittelpunkt des Kreises, wenn sich der Berührungspunkt bei  $B(6/\sqrt{6})$  befindet?
- b) Berechnen Sie die Koordinaten des Kreismittelpunktes, wenn der Kreis von rechts her rollend an der  $y$ -Achse anschlägt.