

Schriftliche Aufnahmeprüfungen **Herbst 2006****MATHEMATIK** (deutsch)

Die Resultate müssen den **vollständigen Lösungsweg** und **alle Zwischenresultate** enthalten.
(*Beschluss der Aufnahmeprüfungskommission vom 15.9.2000*)

1. Die beiden Geraden $a : y = 1$ und $b : y = \frac{2}{5}x$ teilen das Innere des Kreises k (Mittelpunkt $M(6/1)$, Radius $r = 5$) in vier Teilgebiete. Skizzieren Sie die Situation und berechnen Sie den Flächeninhalt jenes Teilgebietes, welches den Punkt $P(6/2)$ enthält.
2. Nikotin wird im Körper so abgebaut, dass die Menge exponentiell abnimmt. Durch das Rauchen einer Zigarette werden 5 mg Nikotin aufgenommen, nach einer Stunde sind noch 4 mg Nikotin vorhanden.
 - a) Nach welcher Zeit (auf Minuten genau) sind weniger als 1 mg Nikotin vorhanden?
 - b) Jemand raucht jede Stunde eine Zigarette. Wie viel Nikotin hat sich im Körper 14.5 Stunden nach dem Rauchen der ersten Zigarette angesammelt?
3. Gegeben ist das Dreieck $A(2/ - 1/0)B(2/0/ - 2)C(1/0/0)$.
 - a) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks.
 - b) Um wie viele Einheiten muss der Punkt C senkrecht zur Dreiecksebene verschoben werden, damit der Flächeninhalt des Dreiecks 9 Mal grösser wird?
4. Die Logarithmusfunktion $f(x) = \ln(x)$ soll im Intervall $[1, e]$ durch eine lineare Funktion $g(x) = mx$ «möglichst gut» approximiert werden. Möglichst gut bedeutet hier, dass der Wert des Integrals

$$\int_1^e (f(x) - g(x))^2 dx$$

minimal wird. Für welche Steigung m der Geraden g ist dies der Fall?