# Erhaltungssätze

## A. Linearer Impuls und Bewegungsenergie

A.1.) Auf einen 4.0 kg schweren, anfänglich ruhenden, frei beweglichen Körper wirkt
a) während 5.0 s
b) über eine Strecke von 3.2 m
eine konstante Kraft von 20 N. Wie gross ist danach der lineare Impuls des Körpers und wie gross ist seine Bewegungsenergie.

A.2.) Ein 3.0 kg schwerer Körper wird im Schwerefeld der Erde ($g \approx 10 m/s^2$) in horizontaler Richtung geworfen. Wie lange dauert es bei einer Abwurfgeschwindigkeit von 6.0 m/s bis sich
a) der lineare Impuls im Betrag
b) die Bewegungsenergie
verdoppelt hat?

A.3.) Ein Feuerwehrmann hält einen Wasserschlauch, aus dem pro Sekunde durch eine Öffnung mit 11 mm Durchmesser 5.0 $dm^3$ Wasser entströmen. Mit welcher Kraft muss er den Schlauch festhalten, wenn der Schlauch einen Durchmesser von 80 mm aufweist. Die Erdanziehung soll vernachlässigt werden.

A.4.) Ein 85 g schwerer Stein wird mit einer Abwurfgeschwindigkeit von 6.0 m/s und einem Elevationswinkel von 45° geworfen. Wie hoch über der Abwurfstelle liegt der Scheitelpunkt der

Wurfparabel und wie lange nach dem Abwurf kommt der Körper dort an? ($g \approx 10 m/s^2$)

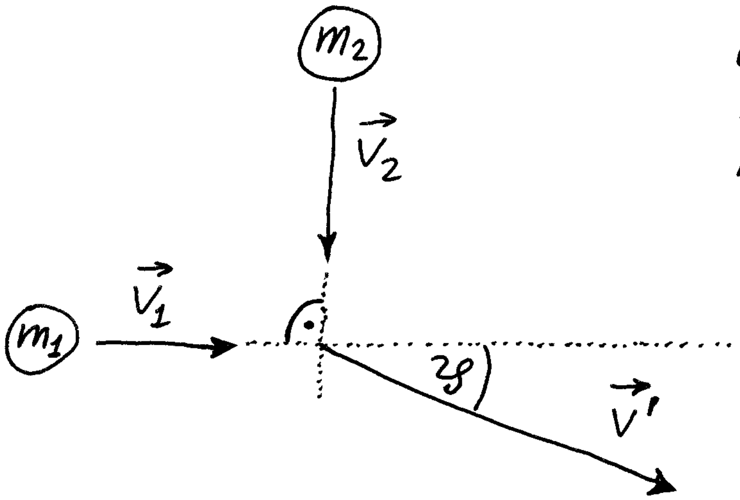
A.5.) Ein 28t schwerer Lastwagen fährt mit 90km/h. Welche konstante Bremskraft ist erforderlich, um ihn
a) innerhalb von 5.0s
b) auf einer Strecke von 60m
bis zum Stillstand abzubremsen?

A.6.) Ein 2.4kg schwerer Körper gleitet über eine Schrägdistanz von 4.0m eine schiefe Ebene mit einem Neigungswinkel von 30° hinunter. Welche (konstante) Bremskraft hat ihn abgebremst, wenn er am Fusse der schiefen Ebene eine Geschwindigkeit von 3.0 m/s hat? ($g \approx 10 m/s^2$).

A.7.) Ein anfänglich ruhender, 6.0kg schwerer Körper wird während 8.0s mit einer konstanten Kraft von 20N beschleunigt und unmittelbar danach mit einer Bremskraft von 15N abgebremst.
a) Wie schnell bewegt sich der Körper, wenn die Bremskraft während 8.0s wirkt?
b) Wie lange muss die Bremskraft wirken, damit der Körper bis zum Stillstand abgebremst wird?

A.8.) Ein Körper hat einen linearen Impuls von 90 N·s und seine Bewegungsenergie beträgt 675 J. Wie schnell ($v = ?$) und wie schwer ($m = ?$) ist der Körper?

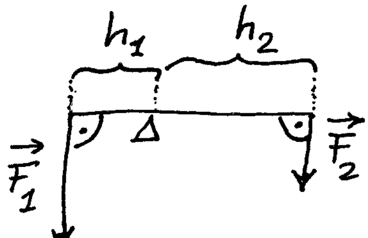
A.9.) Zwei Lehmklumpen bewegen sich in senkrecht aufeinander stehenden Richtungen. Die Körper kollidieren und bewegen sich nach dem Zusammenstoss aneinander haftend gemeinsam weiter. Bestimme $v'$ und den Winkel $\vartheta$.




Es sei
$m_1 = 4kg$
$m_2 = 1kg$
$v_1 = 3\,m/s$
$v_2 = 5\,m/s$

Bestimme auch wie viel Prozent der ursprünglichen Bewegungsenergie nach dem Zusammenstoss noch (als solche, d.h. als Bewegungsenergie) vorhanden ist.

## B. Drehmoment




Gleichgewicht

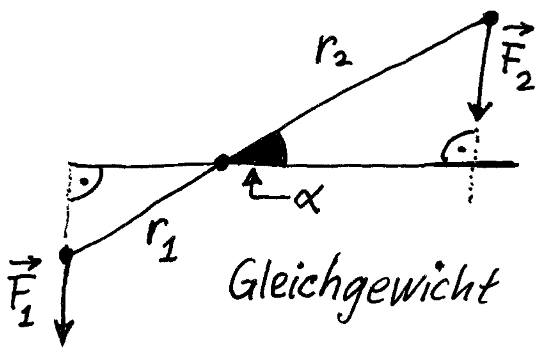
B.1.) Es sei $h_1 = 30cm$ und $h_2 = 70cm$.

a) Bestimme $F_1 : F_2$

b) Bestimme $F_2$ wenn $F_1 = 42N$

B.2.) Es sei $r_1 = 30\,cm$ und $r_2 = 50cm$.

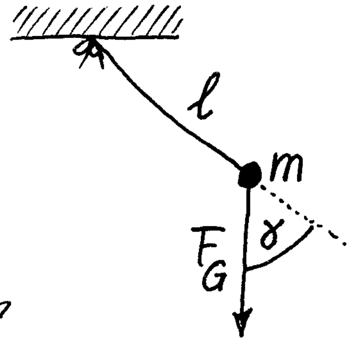
a) Bestimme die Hebelarme für $\alpha = 25^\circ$



b) Zeige, dass wenn das System für einen Winkel $\alpha$ im Gleichgewicht ist, dann ist es im Gleichgewicht für jeden beliebigen Winkel $\alpha$.

c) Berechne $F_2$ wenn $F_1 = 25N$.

B.3.) Es sei $m = 1.4kg$, $l = 50cm$, $\gamma = 60°$ und $g = 10m/s^2$. Die Masse sei punktförmig.



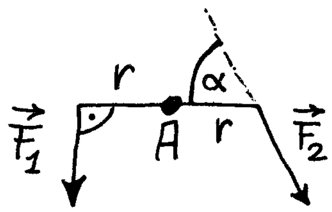

a) Wie gross ist der Hebelarm der Gewichtskraft?

b) Wie gross ist das Massenträgheitsmoment der Punktmasse?

c) Welches Drehmoment übt die Gewichtskraft auf die Masse aus?

d) Welche momentane Winkelbeschleunigung und lineare Beschleunigung erfährt die Masse?

B.4.) Es sei $F_1 = 10N$ und $F_2 = 15N$. Der Hebel sei im Gleichgewicht.



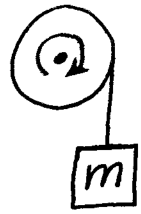

a) Wie gross ist der Winkel $\alpha$?

b) Welche Kraft wirkt auf den Drehpunkt A?

B.5.) Eine 1.5kg schwere Masse hängt an einer Schnur. Die Schnur ist auf einem 4.0kg schweren Zylinder aufgewickelt.

©2017 mathepunk

Der Durchmesser des Zylinders sei 8.0cm. Der Zylinder kann frei um die Zylinderachse rotieren.

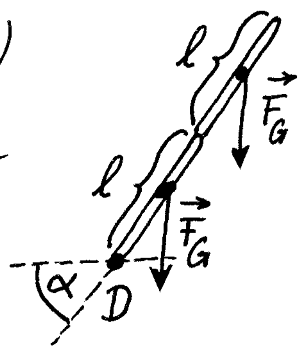



Wie gross ist die Linearbeschleunigung der an der Schnur befestigten Masse?

## C. Satz von Steiner

C.1.) Wie gross ist das Massenträgheitsmoment eines 2.6kg schweren Zylinders mit 12cm Durchmesser, wenn die Drehachse durch die Mantelfläche des Zylinders geht?

C.2.) Zwei gleich lange ($\ell = 30cm$) gleich schwere ($m = 400g$) Stäbe sind aneinander befestigt. Die beiden Stäbe wurden ursprünglich vertikal auf den Boden gestellt. Durch die Erdanziehungen kippen sie und fallen zu Boden. Es sei $g = 10m/s^2$.




a) Welche Winkelbeschleunigung erzeugt die gemeinsame Schwerkraft bei einem Neigungswinkel $\alpha = 60°$ für beide Stäbe?

b) Welche Winkelbeschleunigungen bezüglich dem Auflagepunkt D als Drehpunkt erzeugen die Gewichtskräfte der Stäbe bei einem Neigungswinkel $\alpha$ von 60°?

Es sei $g = 10m/s^2$. Die Stäbe seien dünn.

Im Teil (b) der Aufgabe sollen die beiden Stäbe separat und voneinander unabhängig behandelt werden.

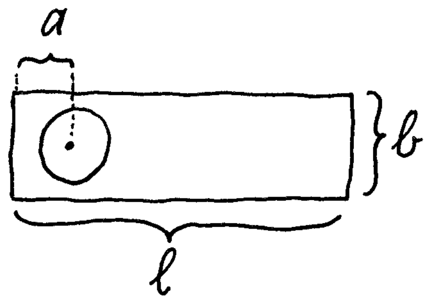
©2017 mathepunk

C.3.) Bestimme $J_S$ einer Halbkugel der Masse $m$ mit Radius $r$. Verwende dafür folgende Angaben:

- Für eine Kugel gilt $J_S = \frac{2}{5} m r^2$
- Der Schwerpunkt einer Halbkugel liegt im Abstand $(3/8)r$ vom Mittelpunkt der Grundfläche.

Die Drehachse durch S sei parallel zum Grundkreis der Halbkugel.

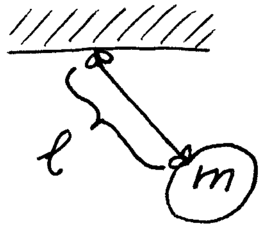
C.4.) Aus einer rechteckigen Stahlplatte wird ein kreisrundes Loch mit Durchmesser $d$ herausgestanzt. Der Mittelpunkt des Lochs befindet sich im Abstand $a$ von einer Rechteckseite. Das Metall dreht sich um eine Achse die senkrecht durch die Mitte des Lochs geht. Es soll folgendes gelten:




Rechteck: Länge: $\ell = 18\text{cm}$
Breite: $b = 5\text{cm}$
Loch: Durchmesser: $d = 3\text{cm}$
$a = 3\text{cm}$

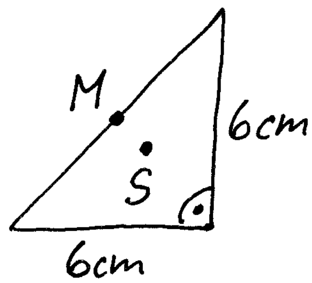
Die Stahlplatte hatte eine Flächendichte von $20\text{kg/m}^2$. Berechne das Massenträgheitsmoment der Platte mit dem Loch (bezüglich einer Drehachse senkrecht durch die Mitte des Lochs).

C.5.) Wie gross ist das Massenträgheitsmoment einer 2.0kg schweren Kugel mit einem Durchmesser von 8.0cm wenn sie an einem 20cm langen Faden be-



festigt ist ($l = 20\,cm$)?

C.6.) Ein Stahlblech in der Gestalt eines gleichschenkligen rechtwinkligen Dreiecks wiegt 65g. Die Katheten sind je 6.0cm lang.



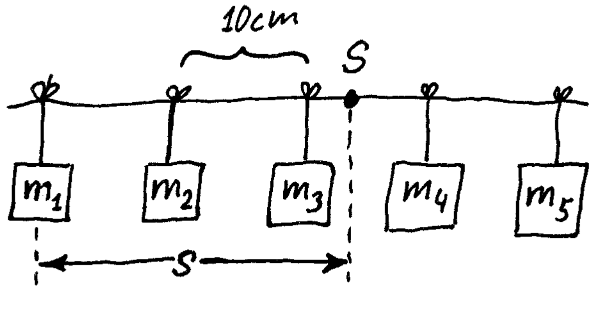

a) Berechne das Massenträgheitsmoment bezüglich einer Drehachse durch den Mittelpunkt der Hypothenuse senkrecht zum Blech.

b) Berechne $J_S$. Der Schwerpunkt S liegt im Abstand $\sqrt{2}\,cm = 14.1\,mm$ vom Mittelpunkt M der Hypothenuse.
(Die Drehachse stehe senkrecht zum Blech)

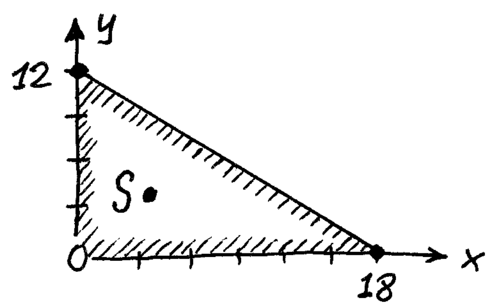
## D. Berechnung des Schwerpunkts

D.1.) Erde und Mond haben Massen $m_E = 6.0 \cdot 10^{24}\,kg$, resp. $m_M = 7.3 \cdot 10^{22}\,kg$. Wie weit vom Erdmittelpunkt liegt der gemeinsame Schwerpunkt (Baryzentrum) von Erde und Mond, wenn der Abstand zwischen Erde und Mond $3.8 \cdot 10^5\,km$ misst?

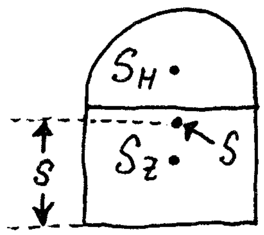
D.2.) Fünf Massen $m_1, m_2, m_3, m_4$ und $m_5$ sind an einem dünnen horizontalen Stab festgebunden. Es sei $m_1 = 30\,g$, $m_2 = 40\,g$, $m_3 = 50\,g$, $m_4 = 60\,g$ und $m_7 = 70\,g$. Wo befindet sich der Schwerpunkt der Massen, wenn sie in gleichen Abständen von 10cm festgebunden sind?



D.3.) Bestimme die Koordinaten des Schwerpunkts S der schraffierten Fläche.




D.4.) Einem geraden Kreiszylinder ist eine Halbkugel mit gleichem Durchmesser aufgesetzt. Durchmesser und Höhe des Zylinders seien gleich.



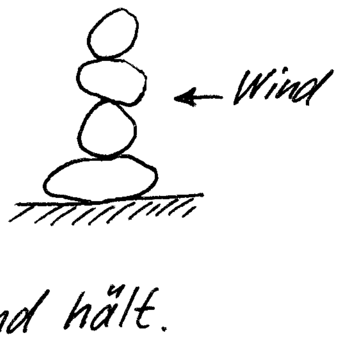

Der Schwerpunkt $S_H$ der Halbkugel liegt $\frac{3}{8}r$ über der Deckfläche des Zylinders. Dabei ist r der Radius des Zylinders, resp. der Halbkugel. Berechne wie hoch der gemeinsame Schwerpunkt der Körper über der Grundfläche des Zylinders liegt ($s = ?$).

D.5.) Man unterscheidet

stabiles Gleichgewicht | labiles Gleichgewicht | indifferentes Gleichgewicht

Ein Tourist erstellt an einem Meeresstrand in Ibiza einen Turm aus vier runden Steinen

Trotz einem leichten Wind kollabiert der Turm nicht.




a) Suche eine mögliche Erklärung, warum der Turm einer geringen Belastung stand hält.

©2017 mathepunk

b) Formuliere eine Regel, die erlaubt, den Turm einen Stein nach dem andern aufzubauen. Die unteren Steine werden dabei nicht mehr berührt.

## E. Drehimpuls und Winkelbeschleunigung

E.1.) Die Erde sei eine homogene Kugel mit einer Masse von $6.0 \cdot 10^{24}$ kg und einem Radius von 6371 km.

a) Berechne das Massenträgheitsmoment $J_S$ der Erde.

b) Die Erdrotation wird mit einer Winkelbeschleunigung $\alpha = -3.4 \cdot 10^{-24}\,s^{-2}$ abgebremst. Wie gross ist das Drehmoment, das die Erdrotation abbremst?

E.2.) Welche Winkelgeschwindigkeit hat ein anfänglich ruhender Körper, wenn er während 2.5 s mit $\alpha = 2.2\,s^{-2}$ beschleunigt wurde und welches Drehmoment ist dafür erforderlich, wenn $J = 4.3\,kg \cdot m^2$?

E.3.) Wie schnell erhöht sich die Winkelgeschwindigkeit eines anfänglich ruhenden Körpers mit einem Massenträgheitsmoment $J = 3.2\,kg \cdot m^2$, wenn

a) $\alpha = 1.4\,s^{-2}$?

b) ein Drehmoment von 40 Nm wirkt?

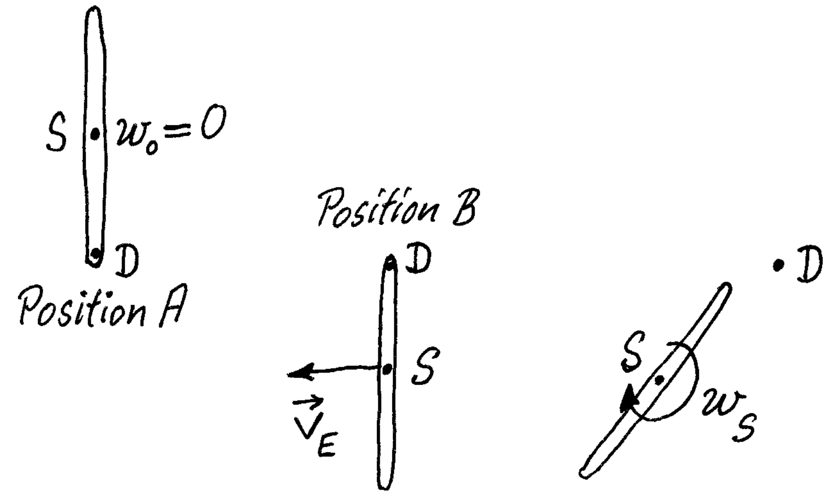
E.4.) Um wie viel steigt der Drehimpuls eines Körpers mit Massenträgheitsmoment $J = 1.4\,kg \cdot m^2$ bei einer Winkelbeschleunigung $\alpha = 0.73\,s^{-2}$ pro Sekunde und welches Drehmoment ist hierfür erforderlich?

©2017 mathepunk

E.5.) Mit welcher Winkelbeschleunigung muss die Drehzahl der Kurbelwelle eines Benzinmotors erhöht werden, damit sie innerhalb von 4.7s von 300U/min auf 1100U/min steigt?

E.6.) Durch Verformung vermindert ein rotierender Körper sein Massenträgheitsmoment um 60%. Um wie viel Prozent steigt die Winkelgeschwindigkeit, wenn kein Drehmoment wirkt?

E.7.)




Eine 0.35kg schwere, 60cm lange Holzstange ragt reglos vertikal nach oben (Position A). Am unteren Ende ist der Stab mit einem Scharnier festgemacht (D). Der Stab kann um dieses Scharnier frei rotieren. Durch einen sanften Luftzug wird der Stab zum Kippen gebracht. Im tiefsten Punkt (Position B) öffnet sich das Scharnier und lässt den Stab los. Für die tiefste Lage des Stabs beim Rotieren ums Scharnier (Pos. B) beantworte folgendes:

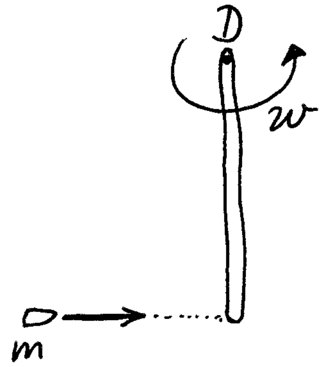
a) Mit welcher Geschwindigkeit $v_E$ bewegt sich der Schwerpunkt des Stabs (S) unmittelbar nach dem Öffnen des Scharniers?

©2017 mathepunk

b) Mit welcher momentanen Winkelgeschwindigkeit $w_E$ dreht sich der Stab in Position B um das Scharnier D?

c) Mit welcher Winkelgeschwindigkeit dreht sich der Stab nach dem Öffnen des Scharniers um seinen Schwerpunkt S?

E.8.) Ein 200g schwerer, 60 cm langer Holzstab steht vertikal. An seinem oberen Ende ist er mit einem Nagel befestigt, um den er sich drehen kann.




Eine Pistolenkugel mit einem linearen Impuls von 4.0 N·s trifft das untere Ende des hängenden Stabs und bringt ihn zum rotieren. Mit welcher momentanen Winkelgeschwindigkeit dreht sich der Stab unmittelbar nach dem Auftreffen der Kugel, wenn sich diese ins untere Stabende hineinbohrt und dort stecken bleibt. Die Masse der im Stab steckenden Kugel soll vernachlässigt werden.

©2017 mathepunk

# Musterlösungen

A.1a) $E_k = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2m} (mv)^2 = \frac{p^2}{2m}$

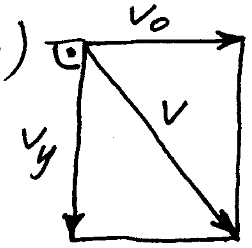
$\Delta p = F \cdot \Delta t = p = 20 \cdot 5\, N \cdot s = \underline{\underline{100 N \cdot s}}$

$E_k = p^2/(2m) = (100^2/(2 \cdot 4))J = \underline{\underline{1.25 kJ}}$

b) $E_k = F \cdot s = 20 \cdot 3.2\, J = \underline{\underline{64 J}}$,

$p = \sqrt{2 m E_k} = \sqrt{2 \cdot 4 \cdot 64}\, N \cdot s = \underline{\underline{23 N \cdot s}}$

A.2a)




$v = \sqrt{{v_0}^2 + {v_y}^2} = 2 v_0 \rightarrow$

${v_0}^2 + {v_y}^2 = 4{v_0}^2 \rightarrow 3{v_0}^2 = {v_y}^2$

$\rightarrow v_y = g \cdot \Delta t = \sqrt{3}\, v_0 \rightarrow$

$\Delta t = \sqrt{3}\, v_0 / g = (\sqrt{3} \cdot 6/9.8)s$

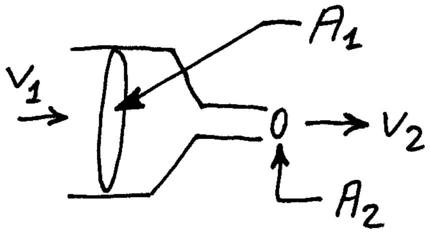
$= \underline{\underline{1.1 s}}$

b) $E_k = \frac{1}{2} m v^2 = 2 \cdot \frac{1}{2} m {v_0}^2 \xrightarrow{:(m/2)} v = \sqrt{2}\, v_0$

$= g \cdot \Delta t \rightarrow \Delta t = \sqrt{2}\, v_0 / g = (\sqrt{2} \cdot 6/9.8)s$

$= \underline{\underline{0.87 s}}$

A.3.) $\frac{\Delta V_1}{\Delta t} = \frac{\Delta V_2}{\Delta t} \rightarrow$




$\frac{A_1 \cdot \Delta s_1}{\Delta t} = \frac{A_2 \cdot \Delta s_2}{\Delta t}$

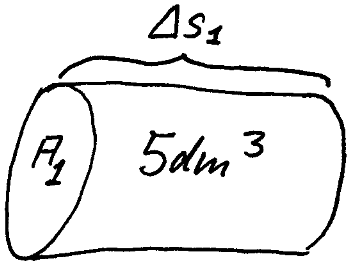
$\rightarrow A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2 \rightarrow v_2 = \frac{A_1}{A_2} \cdot v_1 =$

$\frac{\pi ({d_1}^2/4)}{\pi ({d_2}^2/4)} \cdot v_1 = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \cdot v_1$

$\Delta t = 1 s \rightarrow$

$\Delta s_1 = \Delta V / A_1$

$= 4 \Delta V / (\pi {d_1}^2)$



$$= \left(4\cdot 5/(\pi\cdot 0.8^2)\right) dm = 0.995m \rightarrow v_1 = 0.995\tfrac{m}{s}$$

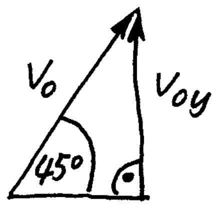
$$\Delta p = F\cdot\Delta t = \underbrace{\rho\,\cancel{\Delta V}}_{\Delta m}\cdot\Delta v \rightarrow F = \frac{\rho\,\Delta V\cdot\Delta v}{\Delta t}$$

$$v_2 = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2\cdot v_1 = \left(\frac{80}{11}\right)^2\cdot 0.995\,m/s = 52.613\,m/s$$

$$\Delta v = v_2 - v_1 = 51.6\,m/s \rightarrow$$

$$F = \frac{(1kg/dm^3)\cdot 5dm^3\cdot 52.613\,m/s}{1s} = \underline{\underline{0.26kN}}$$

A.4.)




$$v_y = v_{0y} - g\cdot t = v_0\cdot\sin 45° - g\cdot t \underbrace{= 0}_{\text{Scheitelpunkt!}} \rightarrow t = \frac{v_0\cdot\sin 45°}{g}$$

$$t = \frac{6\cdot\sin 45°}{9.8}s = \underline{\underline{0.43s}}$$

$$\Delta y = v_{0y}\cdot t - \tfrac{1}{2}gt^2 = \frac{v_0^2\cdot\sin^2 45°}{g} - \frac{1}{2}\,\frac{v_0^2\sin^2 45°}{g}$$

$$= \frac{v_0^2\cdot\sin^2 45°}{2g} = \frac{6^2\cdot 1/2}{2\cdot 9.8}m = \underline{\underline{92cm}}$$

A.5a) $\Delta p = mv = F_B\cdot\Delta t \rightarrow F_B = \dfrac{mv}{\Delta t} =$

$$\frac{28'000\cdot(90/3.6)}{5}N = \underline{\underline{0.14MN}}$$

b) $F_B\cdot\Delta s = \tfrac{1}{2}mv^2 \rightarrow F_B = \dfrac{mv^2}{2\Delta s} =$

$$\frac{28'000\cdot(90/3.6)^2}{2\cdot 60}N = \underline{\underline{0.15MN}}$$

A.6) $\tfrac{1}{2}mv_E^2 + F_R\cdot\Delta s = mgh = mg\Delta s\cdot\sin 30° \rightarrow F_R =$

$$(1/2)\,m\,(g - v_E^2/\Delta s) = (1/2)\cdot 2.4(9.8 - 3^2/4)N = \underline{\underline{9.1N}}$$

©2017 mathepunk

A.7a) $\Delta p = \Delta p_1 + \Delta p_2 = F_1 \cdot \Delta t_1 - F_2 \cdot \Delta t_2 = mv \rightarrow$

$v = (F_1 \cdot \Delta t_1 - F_2 \cdot \Delta t_2)/m = ((20 \cdot 8 - 15 \cdot 8)/6)\frac{m}{s}$

$= \underline{\underline{11\,m/s}}$

b) $\Delta p = 0 = F_1 \cdot \Delta t_1 - F_2 \cdot \Delta t_2 \rightarrow \Delta t_2 = \frac{F_1 \cdot \Delta t_1}{F_2}$

$= \frac{20 \cdot 8}{15}\,s = \underline{\underline{2.7s}}$

A.8) $E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2m}(mv^2) = \frac{p^2}{2m} \rightarrow$

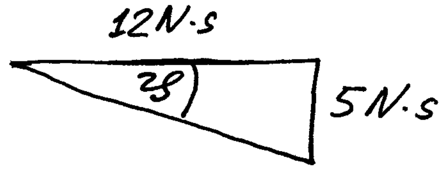
$m = p^2/(2E_{kin}) = (90^2/(2 \cdot 675))kg = \underline{\underline{6kg}}$

$v = p/m = (90/6)m/s = \underline{\underline{15m/s}}$

A.9) $p_{tot} = \sqrt{p_1^2 + p_2^2} = \sqrt{(4 \cdot 3)^2 + (1 \cdot 5)^2}\,N \cdot s$

$= 13\,N \cdot s = (m_1 + m_2) \cdot v' \rightarrow v' = \frac{p_{tot}}{m_1 + m_2}$

$= \frac{13}{4+1}\frac{m}{s} = \underline{\underline{2.6\,m/s}}$




$\gamma = \arctan\frac{5}{12} = \underline{\underline{23°}}$

$\frac{\frac{1}{2}(m_1 + m_2)(v')^2}{\frac{1}{2}m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 \cdot v_2^2} \cdot 100\% = \frac{(4+1) \cdot 2.6^2}{4 \cdot 3^2 + 1 \cdot 5^2} \cdot 100\%$

$= \underline{\underline{55\%}}$

B.1a) $F_1 \cdot h_1 = F_2 \cdot h_2 \rightarrow F_1 : F_2 = h_2 : h_1 = \underline{\underline{7:3}}$

b) $F_2 = F_1 \cdot h_1 / h_2 = (42N \cdot 30/70)N = \underline{\underline{18N}}$

B.2a) $h_1 = r_1 \cdot \cos\alpha = 30cm \cdot \cos 25° = 27cm$

$h_2 = r_2 \cdot \cos\alpha = 50cm \cdot \cos 25° = \underline{\underline{45cm}}$

©2017 mathepunk

b) Hebelgesetz: $F_1 \cdot h_1 = F_2 \cdot h_2 \rightarrow F_1 \cdot r_1 \cdot \cos\alpha = F_2 \cdot r_2 \cdot \cos\alpha \rightarrow F_1 \cdot r_1 = F_2 \cdot r_2 \rightarrow$ unabhängig vom Winkel $\alpha$, q.e.d.

c) $F_2 = F_1 \cdot r_1 / r_2 = 25N \cdot 30/50 = \underline{\underline{15N}}$

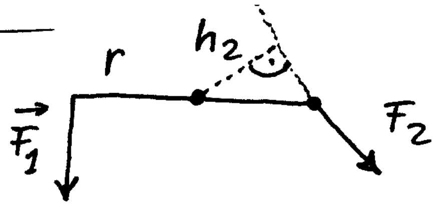
B.3a) $h = l \cdot \sin\gamma = 50cm \cdot \sin 60° = \underline{\underline{43cm}}$

b) $J = ml^2 = 1.4 \cdot 0.5^2 \, kg \cdot m^2 = \underline{\underline{0.35 kg \cdot m^2}}$

c) $M = F_G \cdot h = mgh = 1.4 \cdot 9.8 \cdot 0.433 \, Nm$
$= \underline{\underline{5.9 Nm}}$

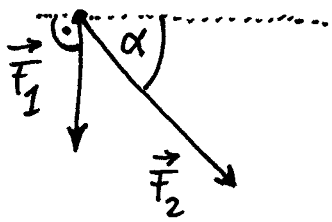
d) $M = J\alpha \rightarrow \alpha = M/J = (5.9/0.35)s^{-2}$
$\underline{\underline{\alpha = 17 s^{-2}}}, a = g \cdot \sin\gamma = \underline{\underline{8.7 m/s^2}}$

B.4a) $h_1 = r, h_2 = r \cdot \sin\alpha$




$F_1 \cdot r = F_2 \cdot r \cdot \sin\alpha$
$\rightarrow \alpha = \arcsin(F_1/F_2) = \arcsin(10/15) = \underline{\underline{42°}}$

b)




$\vec{F}_{res} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -10N \end{pmatrix} + 15N \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ -\sin\alpha \end{pmatrix}$
$= \begin{pmatrix} 11.18N \\ -20N \end{pmatrix}$

$|\vec{F}_{res}| = \sqrt{11.18^2 + 20^2} \, N = 5\sqrt{21} \, N = \underline{\underline{23N}}$

B.5.) $F = m(g-a) = M/r = J\alpha/r = J(a/r)/r$
$= Ja/r^2 \rightarrow a = \dfrac{mg}{(J/r^2) + m} = \dfrac{mg}{\frac{\frac{1}{2} m_W r^2}{r^2} + m}$

$$a = \frac{2m}{2m+m_W}\cdot g = \frac{2\cdot 1.5}{2\cdot 1.5+4}\cdot g = \underline{\underline{4.2\,m/s^2}}$$

$g = 9.8\,m/s^2$

C.1.) $J = J_S + mr^2 = \frac{1}{2}mr^2 + mr^2 = \frac{3}{2}mr^2 =$
$\frac{3}{8}md^2 = \frac{3}{8}\cdot 2.6\cdot 0.12^2\,kg\cdot m^2 = \underline{\underline{0.014\,kg\cdot m^2}}$

C.2a) $J = \frac{2m(2\ell)^2}{12} + 2m\ell^2 = \frac{8}{3}m\ell^2$
$M = 2mg\cdot\ell/2 = mg\ell$
$\alpha = M/J = mg\ell/((8/3)m\ell^2) = (3/8)\,g/\ell$
$= (3\cdot 9.8/(8\cdot 0.3))\,s^{-2} = \underline{\underline{12\,s^{-2}}}$

b) Unterer Stab: $J_1 = \frac{1}{12}m\ell^2 + m\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 = \frac{m\ell^2}{3}$
$M_1 = mg\cdot\ell/4 = mg\ell/4 \rightarrow \alpha_1 = M_1/J_1 =$
$(mg\ell/4)/(m\ell^2/3) = 3g/(4\ell) = (3\cdot 9.8/$
$(4\cdot 0.3))\,s^{-2} = \underline{\underline{25\,s^{-2}}}$

Oberer Stab: $J_2 = \frac{1}{12}m\ell^2 + m\left(\frac{3\ell}{2}\right)^2 = \frac{7m\ell^2}{3}$
$M_2 = mg\cdot(3\ell/4) = 3mg\ell/4 \rightarrow \alpha_2 = M_2/J_2$
$= (3mg\ell/4)/(7m\ell^2/3) = 9g/(28\ell) =$
$(9\cdot 9.8/(28\cdot 0.3)) = \underline{\underline{11\,s^{-2}}}$

Der obere Stab hat eine kleinere Winkelbeschleunigung. Daher bricht ein fallendes Kamin.

C.3.) $J_M = J_S + m\left(\frac{3r}{8}\right)^2 \rightarrow$
$J_S = J_M - m\cdot\left(\frac{3r}{8}\right)^2 =$
$\frac{2}{5}mr^2 - \frac{9}{64}mr^2 = \underline{\underline{\frac{83}{320}mr^2}}$


Merke: m ist die Masse er Halbkugel

C.4.) $m_{\square} = l \cdot b \cdot 20\,kg/m^2 = 0.18 \cdot 0.05 \cdot 20\,kg = 0.18\,kg$

$m_{\bigcirc} = (\pi d^2/4) \cdot 20\,kg/m^2 = (\pi \cdot 0.03^2/4) \cdot 20\,kg = 0.014\,kg$

$$J = m_{\square} \cdot \frac{l^2+b^2}{12} + m_{\square} \cdot \left(\frac{l}{2}-a\right)^2 - \frac{1}{2} m_{\bigcirc} \left(\frac{d}{2}\right)^2$$

$$= \left(0.18\left[\frac{0.18^2+0.05^2}{12} + (0.09-0.03)^2\right] - \frac{1}{2} \cdot 0.0141 \cdot \left(\frac{0.03}{2}\right)^2\right) kg \cdot m^2 = \underline{\underline{0.00117\,kg \cdot m^2}}$$

C.5.) $J = J_S + ms^2 = \frac{2}{5} mr^2 + m\left(l + \frac{r}{2}\right)^2 =$

$$\left[\frac{2}{5} \cdot 2 \cdot 0.04^2 + 2(0.2+0.04)^2\right] kg \cdot m^2 = \underline{\underline{0.116\,kg \cdot m^2}}$$

C.6a) $J_M = \frac{m}{12}(k^2+k^2) = \frac{mk^2}{6} = \frac{0.065 \cdot 0.06^2}{6} kg \cdot m^2$

$= \underline{\underline{3.9 \cdot 10^{-5} kg \cdot m^2}}$

b) $J_S + ms^2 = J_M \rightarrow J_S = J_M - ms^2 =$

$(3.9 \cdot 10^{-5} - 0.065 \cdot 0.0002)\,kg \cdot m^2 = \underline{\underline{2.6 \cdot 10^{-5} kg \cdot m^2}}$

D.1) $m_E \cdot s = m_M (r-s) \rightarrow s = \frac{m_M}{m_E + m_M} \cdot r$

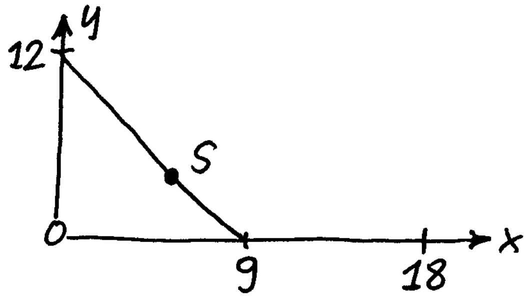
$$= \frac{7.3 \cdot 10^{22}}{6 \cdot 10^{24} + 7.3 \cdot 10^{22}} \cdot 3.8 \cdot 10^5\,km = 4568\,km$$

$\approx \underline{\underline{4.6 \cdot 10^3\,km}}$

D.2) $s = \frac{0 + 40 \cdot 0.1 + 50 \cdot 0.2 + 60 \cdot 0.3 + 70 \cdot 0.4}{30+40+50+60+70} m = \underline{\underline{24\,cm}}$

Der Schwerpunkt befindet sich im Abstand von 24 cm vom Aufhängepunkt von $m_1$.

D.3.)




$$\left.\begin{array}{l} s_x = \frac{2}{3}\cdot 9 = 6 \\ s_y = \frac{1}{3}\cdot 12 = 4 \end{array}\right\} \underline{\underline{S\binom{6}{4}}}$$

D.4.) Die Dichte sei „1"

$$m_Z = \pi r^2 \cdot 2r \cdot 1 = 2\pi r^3$$

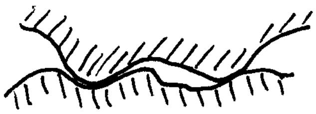
$$m_H = \frac{2}{3}\pi r^3 \cdot 1 = \frac{2\pi}{3} r^3$$

$$s = \frac{m_Z \cdot r + m_H\left(2r + \frac{3}{8}r\right)}{m_Z + m_H} = \frac{2\pi r^4 + \frac{19}{12}\pi r^4}{2\pi r^3 + \frac{2}{3}\pi r^3}$$

$$= \frac{43}{32} r = \underline{\underline{1.344 r}}$$

D.5a) Es kann sein, dass an den Steinen kleine Sandkörnchen haften, die sich zwischen den Kontaktflächen verkeilen.

Es ist auch so, dass im mikroskopischen Massstab die Oberflächen der Steine Dellen aufweisen, die ein stabiles Gleichgewicht ergeben



b) Wenn man die Steine so anordnet, dass, beginnend mit dem zweituntersten Stein, alle Schwerpunkte vertikal übereinander liegen, sollte sich eine stabile Anordnung ergeben.

E.1a)

$$J_S = \frac{2}{5} m r^2 = \frac{2}{5}\cdot 6\cdot 10^{24} \cdot 6'371'000^2\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$$

$$= \underline{\underline{9.74 \cdot 10^{37}\ \text{kg}\cdot\text{m}^2}}$$

b)

$$M = J\alpha = 9.74\cdot 10^{37}\cdot\left(-3.4\cdot 10^{-24}\right)\text{Nm} = \underline{\underline{3.3\cdot 10^{14}\ \text{Nm}}}$$

©2017 mathepunk

E.2.) $\omega = \omega_0 + \alpha \cdot \Delta t = \alpha \cdot \Delta t = 2.2 \cdot 2.5 s^{-1} = \underline{\underline{5.5 s^{-1}}}$

$M = J\alpha = 4.3 \cdot 2.2 Nm = \underline{\underline{9.5 Nm}}$

E.3a) $\Delta\omega / \Delta t = \alpha = 1.4 s^{-1}/s \rightarrow \Delta\omega = 1.4 s^{-1}$ pro Sekunde.

b) $\alpha = M/J = (40/3.2) s^{-2} = 12.5 s^{-2} \rightarrow$
$\Delta\omega = 12.5 s^{-1}$ pro Sekunde

E.4.) $\Delta L = M \cdot \Delta t = J\alpha \cdot \Delta t = 1.4 \cdot 0.73 \cdot 1\ Nm \cdot s$
$= \underline{\underline{1.02\ Nm \cdot s}}$, $M = J\alpha = 1.4 \cdot 0.73 Nm$
$= \underline{\underline{1.02 Nm}}$

E.5.) $\alpha = \dfrac{\Delta\omega}{\Delta t} = \dfrac{\frac{1100 \cdot 2\pi}{60 s} - \frac{300 \cdot 2\pi}{60 s}}{4.5 s} = \underline{\underline{19 s^{-2}}}$

E.6.) $J_0 \cdot \omega_0 = 0.4 J_0 \omega_1 \rightarrow \omega_1 = 2.5 \omega_0 \rightarrow$ <u>150% Zunahme</u>

E.7a) Energiesatz: $mgl = \frac{1}{2} J\omega^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{ml^2}{3} \omega^2 = \frac{ml^2}{6} \omega^2$
$\rightarrow \omega = \sqrt{6g/l} \rightarrow v_E = \omega \cdot l/2 = \sqrt{\frac{3gl}{2}} =$
$\sqrt{(3 \cdot 9.8 \cdot 0.6)/2}\ m/s = \underline{\underline{3.0 m/s}}$

b) $\omega_E = \sqrt{6g/l} = \sqrt{6 \cdot 9.8/0.6}\ s^{-1} = \underline{\underline{9.9 s^{-1}}}$

c) Drehimpulserhaltung: $J\omega_E = J_S \omega_S + m v_E \cdot l/2$
$\frac{ml^2}{3} \omega_E = \frac{ml^2}{12} \omega_S + m\omega_E \cdot l^2/4 \rightarrow$
$\left(\frac{ml^2}{3} - \frac{ml^2}{4}\right) \omega_E = \frac{ml^2}{12} \omega_S \rightarrow \frac{ml^2}{12} \omega_E = \frac{ml^2}{12} \omega_S$
$\rightarrow \omega_S = \omega_E = \underline{\underline{9.9 s^{-1}}}$

E.8.) Drehimpulserhaltung: $J\omega = mr^2\omega = mrv =$
$p \cdot r = J_{Stab} \cdot \omega_0 \rightarrow \omega_0 = p \cdot r / J_{Stab} = p \cdot r /$
$(m_{Stab} \cdot l^2/3) = p \cdot l / (m_{Stab} \cdot l^2/3) = 3p /$
$(m_{Stab} \cdot l) = (3 \cdot 4 / (0.2 \cdot 0.6)) s^{-1} = \underline{\underline{100 s^{-1}}}$

©2017 mathepunk