

## Ideale Gase

- 1.) Bei welchem Druck ist das Volumen von einem Mol Gasteilchen bei  $27^{\circ}\text{C}$  gleich  $20\text{dm}^3$ ?
- 2.) Wie viele Liter Wasserdampf entstehen bei einem Druck von  $1.01\text{bar}$  und bei  $100^{\circ}\text{C}$  aus einem Liter (flüssigem) Wasser?
- 3.) Ein evakuierter Behälter mit einem Innenvolumen von  $1.5\text{dm}^3$  wird auf eine Temperatur von  $100^{\circ}\text{C}$  gebracht und durch eine Gummimembran werden  $0.23\text{g}$  einer Flüssigkeit eingespritzt. Danach herrscht im Innern des Behälters ein Druck von  $10.3\text{kPa}$ .
  - a) Wie viele Mol Gasteilchen befinden sich nach dem Einspritzen im Behälter?
  - b) Wie gross ist das Molekulargewicht der eingespritzten Flüssigkeit?
- 4.) Zwei gleich grosse Gasbehälter werden bei einer Temperatur von  $20^{\circ}\text{C}$  über einen Schlauch miteinander verbunden. Der Gasdruck in den beiden Behältern ist dann  $2.0\text{bar}$ . Einer der Behälter wird mit Dampf auf  $100^{\circ}\text{C}$  erwärmt. Die Temperatur im andern Behälter bleibt gleich. Wie gross ist der Druck in den Behältern nach dem Erwärmen?
- 5.) Die mittlere Molmasse von Luft sei  $29\text{g/mol}$ . In der Tropopause der Erdatmosphäre auf  $11'000\text{m}$  Höhe herrscht ein Druck von  $226\text{hPa}$  und eine Temperatur von  $-57^{\circ}\text{C}$ . Berechne die Luftdichte in der Tropopause.

Ideale Gase: Lösungen

$$1.) p = nRT/V = [1 \cdot 8.314 \cdot 300 / 0.020] \text{ Pa} = \underline{\underline{1.25 \text{ bar}}}$$

$$2.) V = (m/M)RT/p = [(1000/18) \cdot 8.314 \cdot 373 / 101'000] \text{ m}^3 \\ = \underline{\underline{1.7 \cdot 10^3 \text{ dm}^3}}$$

$$3a) n = pV/(RT) = [10'300 \cdot 0.0015 / (8.314 \cdot 373)] \text{ mol} \\ = \underline{\underline{5.0 \text{ mmol}}}$$

$$b) M = m/n = 0.23 \text{ g} / (0.00498 \text{ mol}) = \underline{\underline{46 \text{ g/mol}}}$$

$$4.) n = n_1 + n_2, n = pV/(RT) \rightarrow p_1 \cdot 2V / (RT_1) = p_2 V / (RT_1) \\ + p_2 V / (RT_2) \rightarrow \frac{2}{T_1} \cdot p_1 = \left( \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \right) p_2 \rightarrow$$

$$p_2 = p_1 \cdot 2T_2 / (T_1 + T_2) = 2.0 \text{ bar} \cdot 2 \cdot 373 / \\ (293 + 373) = \underline{\underline{2.24 \text{ bar}}}$$

$$5.) n/V = p/(RT) \rightarrow \rho = m/V = nM/V = pM/(RT) \\ = [22'600 \cdot 29 / (8.314 \cdot 216)] \text{ g/m}^3 = \underline{\underline{365 \text{ g/m}^3}}$$

## Zustandsänderungen von Gasen

- 1.) Wie ändert sich der Druck eines Gases bei einer isochoren Erwärmung von  $20^{\circ}\text{C}$  auf  $100^{\circ}\text{C}$ ?
- 2.) Methan und Sauerstoff werden miteinander vermischt. Das Gemisch ist in einem starren Gasbehälter eingeschlossen. Es kommt zu einer chemischen Reaktion (Verbrennung) bei welcher die Temperatur kurzfristig von  $20^{\circ}\text{C}$  auf  $2600^{\circ}\text{C}$  steigt. Wie hoch steigt der Druck, wenn er ursprünglich bei 1bar lag und die Anzahl Gaspartikel bei der Verbrennung um 50% zunimmt?
- 3.) Wie viel Prozent der Luft entweicht aus einem Zimmer, wenn man die Heizung einschaltet und die Temperatur von  $16^{\circ}\text{C}$  auf  $20^{\circ}\text{C}$  steigt?
- 4.) Im Jahr 1891 stieg Berson mit einem Gasballon auf eine Höhe von 10km über dem Erdboden. Auf dieser Höhe hat sich das Gas auf ein Volumen von  $8400\text{m}^3$  ausgedehnt. Die Temperatur lag bei  $-30^{\circ}\text{C}$  bei einem Luftdruck von 0.28 bar. Wie gross war das Gasvolumen auf der Erdoberfläche bei einer Temperatur von  $20^{\circ}\text{C}$  und einem Luftdruck von 1bar?
- 5.) In einer Stahlflasche befindet sich komprimierter Stickstoff. Bei einer Temperatur von  $20^{\circ}\text{C}$  beträgt der Innendruck der Flasche 20MPa. Bis auf welche Temperatur kann man die Stahlflasche erwärmen, ohne dass der Innendruck einen Wert von 28MPa übersteigt?

Zustandsänderungen von Gasen: Lösungen

- 1.)  $p_2/p_1 = T_2/T_1 = 373/293 = 127/100 \rightarrow$  der Druck nimmt um 27% zu.
- 2.)  $p_2 = p_1 n_2 T_2 / (n_1 T_1) = p_1 \cdot 1.5 T_2 / T_1 = 1 \text{ bar} \cdot 1.5 \cdot 2873 / 293 = \underline{14.7 \text{ bar}}$
- 3.) Isobare Erwärmung:  $V_2/V_1 = T_2/T_1 = 293/289 = 101.4/100 \rightarrow$  Von  $101.4 \text{ dm}^3$  gehen  $1.4 \text{ dm}^3$  verloren. Das sind 1.37%
- 4.)  $V_1 = V_2 \cdot p_2 T_1 / (p_1 T_2) = 8400 \text{ m}^3 \cdot 0.28 \cdot 293 / (1 \cdot 243) = 2836 \text{ m}^3 \approx \underline{2.8 \cdot 10^3 \text{ m}^3}$
- 5.)  $T_2 = T_1 \cdot p_2 / p_1 = 293 \text{ K} \cdot 28 / 20 = 410 \text{ K} \rightarrow \underline{137^\circ \text{C}}$

## Adiabatische Zustandsänderungen

- 1.) Ein  
 a) Edelgas  
 b) zweiatomiges Gas  
 wird rasch (adiabatisch) auf einen Zehntel des ursprünglichen Volumens komprimiert. Im Anfangszustand sei die Temperatur  $20^\circ\text{C}$  und der Druck sei 1.0 bar. Wie gross sind Temperatur und Druck im Endzustand?
- 2.) In einem Passagierflugzeug herrscht ein Druck von 0.75 bar. Es handelt sich dabei um Zapfluft, die aus der Umgebungsluft mit einem Druck von 0.25 bar bei einer Temperatur von  $-53^\circ\text{C}$  gewonnen wird. Welche Temperatur hat die einströmende „Druckluft“ höchstens?
- 3.) Ein Kubikmeter Luft wird  
 a) isotherm  
 b) adiabatisch  
 auf ein Volumen von  $0.50\text{m}^3$  komprimiert. der anfängliche Druck sei 1.0 bar. Es ist also  $p_0 = 1\text{bar}$  und  $V_0 = 1\text{m}^3$ . Es gilt

$$\text{isotherm: } p_{\text{iso}}(V) = p_0 V_0 / V$$

$$\text{adiabatisch: } p_{\text{ad}}(V) = p_0 V_0^{\gamma} / V^{\gamma}$$

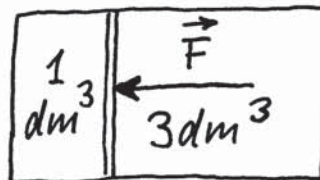
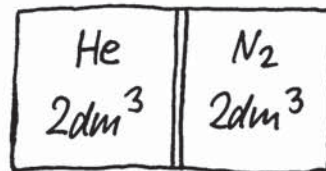
Ergänze folgende Tabelle :

$V[\text{m}^3]$	$V/V_0$	$p_{\text{iso}}[\text{bar}]$	$p_{\text{ad}}[\text{bar}]$
1	1		
0.9	0.9		
0.8	0.8		
0.7	0.7		
0.6	0.6		
0.5	0.5		

Stelle den Druckverlauf für beide Prozesse in einem  $p$ - $V$ -Diagramm graphisch dar. Die Kompressionsarbeit ist gleich der Fläche unter dem  $p$ - $V$ -Diagramm. Berechne für beide Prozesse die Kompressionsarbeit näherungsweise als Riemannsche Summe.

- 4.) Eine Luftmasse mit einer Temperatur von  $15^\circ\text{C}$  steigt von der Erdoberfläche, wo  $p_0 = 1\text{bar}$ , um  $100\text{m}$  nach oben. Auf  $100\text{m}$  Höhe sei  $p = p_0 - \rho_L g h$ , wobei  $\rho_L = 1.21\text{kg/m}^3$ . Berechne die Temperatur der Luft nach einem Aufstieg auf  $100\text{m}$  Höhe.
- 5.) Die Schallgeschwindigkeit in Gasen kann wie folgt berechnet werden:  $c = \sqrt{\gamma R T / M}$ . Dabei ist  $M$  die Molmasse der Gasteilchen. Die „Molmasse“ von Luft sei  $7.2$  Mal so gross wie die Molmasse von Helium. Um welchen Faktor ist die Schallgeschwindigkeit von Helium grösser als die Schallgeschwindigkeit von Luft (bei gleicher Temperatur?)

- 6.) In einem Gefäss mit  $4\text{dm}^3$  Volumeninhalt befindet sich eine hermetisch schliessende Schiebewand. Diese unterteilt das Gefäss in zwei Kammern. Die Schiebewand mit einer Fläche von  $1\text{dm}^2$  trennt das Innere des Gefässes in eine Kammer mit Helium und eine gleich grosse Kammer mit Stickstoff ( $\text{N}_2$ ). Beide Kammern haben einen Druck von  $1\text{bar}$ . Die Trennwand wird rasch verschoben so, dass das Helium auf die Hälfte seines Volumens komprimiert wird. Welche Kraft ist erforderlich, um die Trennwand in dieser Position zu halten?



Adiabatische Zustandsänderungen: Lösungen

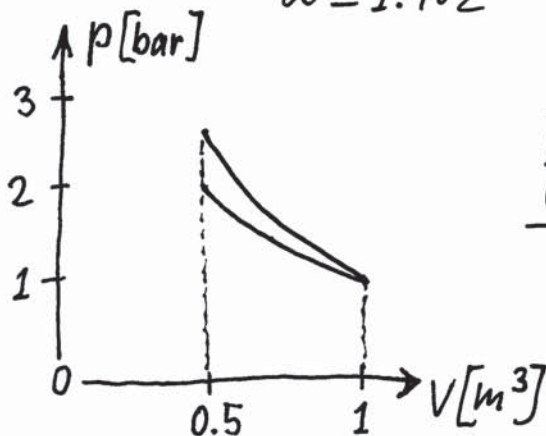
$$1a) p_2 = p_1 \cdot (V_1/V_2)^{\gamma} = p_1 \cdot 10^{\gamma} = 1 \text{ bar} \cdot 10^{5/3} \\ = \underline{46 \text{ bar}} \rightarrow T_2 = T_1 (p_2/p_1) \cdot (V_2/V_1) = \\ 293 \text{ K} (46.4/1) \cdot (1/10) = 1360 \text{ K} \rightarrow \underline{1087^\circ \text{C}}$$

$$b) p_2 = p_1 (V_1/V_2)^{\gamma} = p_1 \cdot 10^{\gamma} = 1 \text{ bar} \cdot 10^{7/5} = \\ \underline{25 \text{ bar}} \rightarrow T_2 = T_1 (p_2/p_1) \cdot (V_2/V_1) = \\ 293 \text{ K} (25.12/1) \cdot (1/10) = 736 \text{ K} \rightarrow \underline{463^\circ \text{C}}$$

$$2.) T_2 = T_1 (p_1/p_2)^{(1-\gamma)/\gamma} \\ = 220 \text{ K} \cdot (0.25/0.75)^{(1-1.402)/1.402} = 301 \text{ K} \\ \rightarrow \underline{28^\circ \text{C}}$$

$$3.) p_{\text{ad}} = p_0 (V/V_0)^{-\gamma} \\ p_{\text{iso}} = p_0 (V/V_0)^{-1}$$

$$\gamma = 1.402$$



$V [\text{m}^3]$	$V/V_0$	$p_{\text{iso}} [\text{bar}]$	$p_{\text{ad}} [\text{bar}]$
1	1	1	1
0.9	0.9	1.11	1.16
0.8	0.8	1.25	1.37
0.7	0.7	1.43	1.65
0.6	0.6	1.67	2.05
0.5	0.5	2	2.64

$$\text{Isotherm: Untersumme: } [1 + 1.11 + 1.25 + 1.43 + 1.67] \cdot 10^4 \text{ J} \\ = 64.6 \text{ kJ}$$

$$\text{Obersumme: } [1.11 + 1.25 + 1.43 + 1.67 + 2] \cdot 10^4 \text{ J} \\ = 74.6 \text{ kJ}$$

$$\text{Adiabatisch: Untersumme: } [1+1.16+1.37+1.65+2.05] \cdot 10^4 \text{ J} \\ = 72.2 \text{ kJ}$$

$$\text{Obersumme: } [1.16+1.37+1.65+2.05+2.64] \cdot \\ 10^4 \text{ J} = 88.6 \text{ kJ}$$

$$4.) p_1 = 1 \text{ bar} - 1.21 \cdot 9.8 \cdot 100 \text{ Pa} = 98'814 \text{ Pa}$$

$$T_1 = T_0 \left( \frac{p_1}{p_0} \right)^{(\alpha-1)/\alpha} = 288 \text{ K} \left( \frac{98'814}{100'000} \right)^{0.402/1.402}$$

$$= 287.0 \text{ K} \rightarrow \underline{\underline{14^\circ \text{C}}}$$

5.)

$$\frac{c_{\text{He}}}{c_{\text{Luft}}} = \sqrt{\frac{\frac{5}{3} \cdot \frac{RT}{M}}{\frac{7}{5} \cdot \frac{RT}{7.2M}}} = \sqrt{\frac{5 \cdot 36M}{3m \cdot 7}} = \sqrt{\frac{60}{7}} = \underline{\underline{2.93}}$$

$$6.) p_{2\text{He}} = p_0 \cdot 2^{5/3}, \quad p_{2\text{N}_2} = p_0 \cdot (2/3)^{7/5}$$

$$\Delta p = p_0 [2^{5/3} - (2/3)^{7/5}] = 2.61 \text{ bar}$$

$$F = A \cdot \Delta p = 0.01 \text{ m}^2 \cdot 2.61 \cdot 10^5 \text{ Pa} = \underline{\underline{2.61 \text{ kN}}}$$



## Kinetische Gastheorie

- 1.) Welche Temperatur hat Stickstoff ( $N_2$ ), wenn sich die Gasteilchen im zeitlichen Mittel mit
  - a) einer Geschwindigkeit von 3 m/s
  - b) einer Geschwindigkeit von 180 km/h
  - c) Schallgeschwindigkeit von 330 m/s
 bewegen? (quadratisch gemittelte Geschwindigkeit)
  
- 2.) Um der Erdanziehung zu entfliehen müsste sich ein stromlinienförmiger Körper nahe der Erdoberfläche mit einer Geschwindigkeit von 11.2 km/s bewegen. Bei welcher Temperatur ist die quadratisch gemittelte Geschwindigkeit von Stickstoffmolekülen so gross?
  
- 3.) Helium siedet bei Normaldruck bei einer Temperatur von 4.15 K. Wie schnell bewegen sich die Heliumatome bei dieser Temperatur?
  
- 4.) Wie schwer darf ein Rauchpartikel höchstens sein, damit seine quadratisch gemittelte Geschwindigkeit mindestens 0.1  $\mu\text{m/s}$  beträgt? Es sei  $T = 300\text{K}$ .
  
- 5.) Wie gross ist die quadratisch gemittelte Geschwindigkeit eines 60 kg schweren Menschen? ( $T = 300\text{K}$ )
  
- 6.) Ein Mol Gasteilchen ist eingeschlossen in einem Behälter mit einem Volumen von  $20\text{dm}^3$  in dem ein Druck von 1.0 bar herrscht. Wie gross ist die mittlere Bewegungsenergie der Gasteilchen?
  
- 7.) Ein Gas hat eine Temperatur von  $20^\circ\text{C}$ . Bei welcher Temperatur ist die quadratisch gemittelte Geschwindigkeit doppelt so gross?

8.) Untenstehende Tabelle zeigt die Geschwindigkeitsverteilung von Gasmolekülen.

$N$	4	13	25	33	35	32	24	17	11	6
$v$ [m/s]	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500

$N$  = Anzahl Moleküle.

Erstelle ein Histogramm der Verteilung. Berechne die

- wahrscheinlichste
- mittlere
- quadratisch gemittelte

Geschwindigkeit. Beim Gas soll es sich um Stickstoff handeln ( $N_2$ ). Schätze die Temperatur des Gases. Begründe die Schätzung!

Kinetische Gastheorie: Lösungen

$$1a) T = mv^2 / (3k_B) = [28.02 \cdot 1.6605 \cdot 10^{-27} \cdot 3^2 / (3 \cdot 1.3807 \cdot 10^{-23})] K = \underline{\underline{0.01 K}}$$

$$b) \underline{\underline{2.8 K}}$$

$$c) \underline{\underline{122 K}}$$

$$2.) T = mv^2 / (3k_B) = [28.02 \cdot 1.6605 \cdot 10^{-27} \cdot 11'200^2 / (3 \cdot 1.3807 \cdot 10^{-23})] K = \underline{\underline{1.4 \cdot 10^5 K}}$$

$$3.) v = \sqrt{3k_B T / m} = \sqrt{3 \cdot 1.3807 \cdot 10^{-23} \cdot 4.15 / (6.65 \cdot 10^{-27})} \\ \text{m/s} = \underline{\underline{79 \text{ m/s}}}$$

$$4.) m = 3k_B T / v^2 = (3 \cdot 1.3807 \cdot 10^{-23} \cdot 300) \text{ kg} / (10^{-7})^2 \\ = \underline{\underline{1.24 \text{ mg}}}$$

$$5.) v = \sqrt{3k_B T / m} = \sqrt{3 \cdot 1.3807 \cdot 10^{-23} \cdot 300 / 60} \text{ m/s} \\ = \underline{\underline{1.4 \cdot 10^{-11} \text{ m/s}}}$$

$$6.) T = pV / (nR), E_{kin} = \frac{3}{2} k_B T = \frac{3}{2} \cdot \frac{k_B pV}{nR} = \frac{3 pV}{2 n N_A} \\ = \frac{3 \cdot 100'000 \cdot 0.02}{2 \cdot 1 \cdot 6.022 \cdot 10^{23}} \text{ J} = \underline{\underline{5.0 \cdot 10^{-21} \text{ J}}}$$

$$7.) T' = T \cdot (v'/v)^2 = T \cdot 2^2 = 4T = 1172 \text{ K} \rightarrow \underline{\underline{899^\circ \text{C}}}$$

8a) Die wahrscheinlichste Geschwindigkeit ist 250 m/s

$$b) \bar{v} = [4 \cdot 50 + 13 \cdot 100 + 25 \cdot 150 + 33 \cdot 200 + 35 \cdot 250 + 32 \cdot 300 + \\ 24 \cdot 350 + 17 \cdot 400 + 11 \cdot 450 + 6 \cdot 500] (\text{m/s}) / [4 + 13 + \dots + 6] \\ = \underline{\underline{267 \text{ m/s}}}$$

$$c) \sqrt{\bar{v}^2} = \left[ [4 \cdot 2500 + 13 \cdot 10'000 + \dots + 6 \cdot 250'000] / 200 \right]^{1/2} \text{ m/s} \\ = \underline{\underline{287 \text{ m/s}}}, T = m \bar{v}^2 / (3k_B) = \underline{\underline{92.5 \text{ K}}}. \text{ Es muss die} \\ \text{mittlere quadratische Geschw. verwendet werden.}$$

Zustandsgleichung nach van der Waals

Gas	$a$ [Nm <sup>4</sup> /mol <sup>2</sup> ]	$b$ [m <sup>3</sup> /(10 <sup>5</sup> mol)]
Stickstoff (N <sub>2</sub> )	0.137	3.87
Kohlendioxid (CO <sub>2</sub> )	0.366	4.29

- 1.) Berechne aus dem Kovolumen ( $b$ ) das Volumen eines einzelnen CO<sub>2</sub>-Moleküls. Wie gross wäre der Durchmesser eines Moleküls bei kugelförmiger Gestalt?
- 2.) Bestimme den kritischen Druck,  $p_k$  ( $p_k = a/(27b^2)$ ) und die kritische Temperatur,  $T_k$ , ( $T_k = 8a/(27bR)$ ) von Stickstoff (N<sub>2</sub>) aus den van-der-Waals-Konstanten und vergleiche die berechneten Werte mit den Messwerten ( $T_k = 126.3\text{K}$  und  $p_k = 34\text{bar}$ ).
- 3.) In einem  $p$ - $V$ -Diagramm sind verschiedene Isothermen für ein reales Gas dargestellt
  - a) Welche Gestalt haben Isotherme bei  $T < T_k$ ?
  - b) Welche Gestalt haben Isotherme bei  $T > T_k$ ?
  - c) Welche Gestalt hat die Grenzisotherme ( $T = T_k$ )?
  - d) Wo befindet sich der kritische Punkt?
  - e) Welche Grössen kennzeichnen den kritischen Punkt?
  - f) Welche Aggregatzustände durchläuft eine Isotherme für  $T < T_k$ ?
  - g) Welche Aggregatzustände durchläuft eine Isotherme für  $T > T_k$ ?
- 4.) Ein Mol CO<sub>2</sub> ist in einem Druckbehälter mit einem Fassungsvermögen von 22dm<sup>3</sup> eingeschlossen. Bei welchen Temperaturen unterscheiden sich die aus der van-der-Waalsschen-Zustandsgleichung berechneten Drücke

um mehr als

a) 1‰

b) 1%

von denjenigen, die sich aus der Zustandsgleichung der idealen Gase ergeben?

5.) Es sei  $n=1\text{mol}$  und  $V=22\text{dm}^3$ . Bei welcher Temperatur ist für Kohlendioxid ( $\text{CO}_2$ ) der aus der van-der-Waalschen-Zustandsgleichung berechnete Druck gleich gross wie der aus der Zustandsgleichung für ideale Gase berechnete Druck?

Bestimme auch welcher der beiden berechneten Drücke der grössere ist für Temperaturen oberhalb dieser Temperatur.

Zustandsgleichung nach van der Waals: Lösungen

$$1.) V_{\text{Molekül}} = b / (4N_A) = (\pi/6)d^3 \rightarrow d = \sqrt[3]{3b / (2\pi N_A)} = \sqrt[3]{3 \cdot 4.29 \cdot 10^{-5} / (2\pi \cdot 6.022 \cdot 10^{23})} \text{ m}$$

$$= \underline{\underline{0.32 \text{ nm}}}, V_{\text{Molekül}} = (\pi/6) \cdot (0.32 \text{ nm})^3 = \underline{\underline{0.018 \text{ nm}^3}}$$

$$2.) p_k = [0.137 / (27 \cdot (3.87 \cdot 10^{-5})^2)] \text{ Pa} = \underline{\underline{33.9 \text{ bar}}}$$

$$T_k = [8 \cdot 0.137 / (27 \cdot (3.87 \cdot 10^{-5}) \cdot 8.314)] \text{ K} = \underline{\underline{126.2 \text{ K}}}$$

Die Übereinstimmung mit den Messwerten ist gut!

3a) Die Isothermen haben ein Plateau der Koexistenz.

b) Der Druck ist monoton fallend.

c) Die Isotherme hat einen Terrassenpunkt.

d) Beim Terrassenpunkt der Grenzisotherme.

e) Die kritische Temperatur, der kritische Druck und das kritische Volumen.

f) Gasförmig und flüssig

g) Nur gasförmig.

$$4.) \frac{nRT}{V-nb} - a\left(\frac{n}{V}\right)^2 = \kappa \frac{nRT}{V}, \quad \kappa = 1.001, 0.999, 1.01, 0.99$$

$$T = \frac{a}{nR} \left(\frac{n}{V}\right)^2 / \left(\frac{1}{V-nb} - \frac{\kappa}{V}\right)$$

$$a) T = \left[ \frac{0.366}{1 \cdot 8.314} \cdot \left(\frac{1}{0.022}\right)^2 / \left(\frac{1}{0.02196} - \frac{\kappa}{0.022}\right) \right] \text{ K}$$

Die Drücke sind gleich ( $\kappa=1$ ) für  $T=1024 \text{ K}$

Bei  $T=2098 \text{ K}$  ist der Druck gemäss van der Waals um 1% grösser und bei  $T=677 \text{ K}$  ist er um 1% kleiner ( $\kappa=0.999$ ).

b) Bei  $T=167 \text{ K}$  ist der Druck gemäss van der Waals um 1% kleiner als der Druck des idealen Gases. Es gibt keine Temperatur bei welcher der Druck gemäss van der Waals um 1% grösser ist als der Druck des idealen Gases.

5.)  $T=677 \text{ K}$ . Siehe oben! Der Druck gemäss vdW ist der höhere!

## Schwarzer Strahler

- 1.) Bei welcher Wellenlänge hat die Sonne die maximale Strahlungsleistung, wenn ihre Oberfläche eine Temperatur von  $6000\text{K}$  aufweist und wir sie als schwarzen Körper betrachten?
- 2.) Ein unbedeckter Erwachsener mit einer Hautoberfläche von  $1.4\text{m}^2$  befindet sich in einer Umgebung von  $20^\circ\text{C}$ . Wie viel Wärme verliert die Person pro Sekunde durch Wärmestrahlung, wenn ihre Hautoberfläche eine Temperatur von  $33^\circ\text{C}$  aufweist und sich wie ein idealer schwarzer Strahler verhält.
- 3.) Wie gross ist die auf die Erde senkrecht auftreffende Strahlungsleistung der Sonne pro Flächeneinheit, wenn man die Sonne als schwarzen Körper mit einer Temperatur von  $5800\text{K}$  im Abstand von  $150\text{ Mio. km}$  von der Erde betrachtet?  
Der Sonnenradius misst rund  $696 \cdot 10^3\text{ km}$ .
- 4.) Die mittlere Strahlungsleistung pro Quadratmeter Erdoberfläche der Sonne sei  $330\text{ W/m}^2$ . Welche Temperatur müsste die Erdoberfläche aufweisen, damit sie, als schwarzer Strahler betrachtet, die gleiche Strahlungsleistung pro Flächeneinheit abstrahlen würde? (Die Temperatur der Erdoberfläche sei überall gleich, ebenso die mittlere absorbierte Strahlungsleistung pro Flächeneinheit).

Schwarzer Strahler: Lösungen

$$1.) \lambda_{\max} = c/T = (2.898 \cdot 10^{-3} / 6000) \text{ m} = \underline{\underline{483 \text{ nm}}}$$

$$2.) \Delta Q = \sigma A (T^4 - T_u^4) \Delta t = 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot 1.4 [306^4 - 293^4] \cdot 1 \text{ s} \\ = \underline{\underline{0.11 \text{ kJ}}}$$

$$3.) P/A = \sigma T^4 \cdot (r_s/r)^2 = 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot 5800^4 \cdot (0.696/150)^2 \text{ W/m}^2 = \underline{\underline{1381 \text{ W}}}$$

$$4.) T = \sqrt[4]{P/(\sigma A)} = \sqrt[4]{330/(5.67 \cdot 10^{-8} \cdot 1)} \text{ K} = 276 \text{ K} \\ \rightarrow \underline{\underline{3^\circ \text{C}}}$$



## Die mittlere freie Weglänge, Diffusion

- 1.) Berechne die mittlere freie Weglänge für ein ideales Gas mit  $\sigma = 0.2 \text{ nm}$  im Normzustand.
- 2.) Bei welcher Teilchendichte,  $N/V$ , misst die mittlere freie Weglänge eines idealen Gases mit  $\sigma = 0.25 \text{ nm}$  einen Mikrometer? Wie gross ist dann der Gasdruck, wenn  $T = T_n$ ?
- 3.) Wie hoch ist die Kollisionfrequenz von Gasteilchen mit einer mittleren Geschwindigkeit von  $300 \text{ m/s}$  bei einer mittleren freien Weglänge von  $2.5 \mu\text{m}$ ?
- 4.) Wie gross ist die Kollisionfrequenz von Gasteilchen in  $\text{H}_2$  mit  $\sigma = 0.25 \text{ nm}$  im Normzustand?

### Lösungen:

$$1.) \lambda_f = (V/N) / (\sqrt{2} \pi \sigma^2) = k_B T / (\sqrt{2} \pi p \sigma^2) = \\ [1.381 \cdot 10^{-23} \cdot 273 / (\sqrt{2} \pi \cdot 101'325 \cdot (2 \cdot 10^{-10})^2)] \text{ m} \\ = \underline{\underline{0.21 \mu\text{m}}}$$

$$2.) N/V = 1 / (\sqrt{2} \pi \sigma^2 \lambda_f) = [1 / (\sqrt{2} \pi \cdot (2.5 \cdot 10^{-10})^2 \cdot 10^{-6})] / \text{m}^3 \\ = \underline{\underline{3.6 \cdot 10^{24} / \text{m}^3}} \rightarrow n/V = \underline{\underline{6.0 \text{ mol} / \text{m}^3}} \\ p = (n/V) RT = [5.98 \cdot 8.314 \cdot 273] \text{ Pa} = \underline{\underline{13.6 \text{ kPa}}}$$

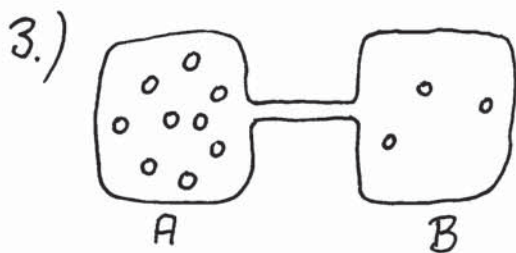
$$3.) z/t = v / \lambda_f = 300 \text{ m/s} / (2.5 \mu\text{m}) = \underline{\underline{0.12 \text{ Mio. / s}}}$$

$$4.) z/t = \sqrt{6 k_B T / m} \cdot N/V = \sqrt{6 / (m k_B T)} p = \\ [6 / (2.016 \cdot 1.6605 \cdot 10^{-27} \cdot 1.3807 \cdot 10^{-23} \cdot 273)]^{1/2} \cdot 101'325 / \text{s} \\ = \underline{\underline{7.0 \cdot 10^{28} / \text{s}}}$$

## Entropie

1.) Bestimme die Entropieänderung beim Schmelzen von einem Kilogramm Eis.

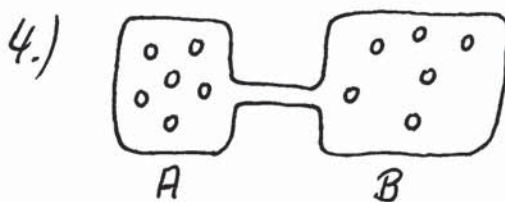
2.) Ein 1kg schwerer Klötz schmelzendes Eis wird in einen dünnwandigen Topf mit siedendem ( $100^\circ\text{C}$ ) Wasser geworfen. Alles Eis schmilzt und am Schluss befindet sich im Topf nur noch Wasser von  $0^\circ\text{C}$ . Wie gross ist die Entropieänderung bei diesem Prozess?



Zwei kleine, gleich grosse Gasbehälter sind über einen Schlauch miteinander verbunden. Zu Beginn befinden sich im Behälter A neun Gasteilchen und im Behälter B drei Mal weniger. Wie gross ist die Entropieänderung, wenn

a) drei Gasteilchen vom Behälter A in den Behälter B gelangen?

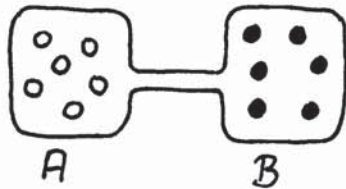
b) die drei Gasteilchen im Behälter B in Behälter A gelangen so, dass Behälter B am Schluss leer ist?



Zwei kleine Gasbehälter sind über einen Schlauch miteinander verbunden. Gasbehälter B ist doppelt so gross wie Gasbehälter A. Zu Beginn befinden sich in beiden Gasbehältern je ein halbes Dutzend Gasteilchen. Wie gross ist die Entropieänderung, wenn zwei Gasteilchen vom

- a) kleineren in den grösseren Gasbehälter gelangen?  
 b) grösseren in den kleineren Gasbehälter gelangen?

5.)



Zwei gleich grosse Gasbehälter sind über einen Schlauch miteinander verbunden. Zu Beginn befinden sich im Behälter A ein halbes Dutzend Gasteilchen vom Typ X und im Behälter B ebenso viele vom Typ Y. Wie gross ist die Entropieänderung, wenn sich die Gasteilchen vermischen so, dass sich in beiden Behältern von beiden Sorten je drei Gasteilchen befinden?

6.) Ein Liter ( $\hat{=} 1\text{kg}$ ) siedendes Wasser ( $100^\circ\text{C}$ ) und ein Liter Eiswasser ( $0^\circ\text{C}$ ) werden miteinander gemischt. Es resultiert warmes Wasser von  $50^\circ\text{C}$ . Wie gross ist die Entropieänderung bei diesem Prozess?

Entropie: Lösungen

$$1.) \Delta S = mL_f / T = [1 \cdot 333'800 / 273] \text{ J/K} = \underline{\underline{1.2 \text{ kJ/K}}}$$

$$2.) m_w \cdot c_p \cdot 100\text{K} = m_E L_f \rightarrow m_w = m_E \cdot L_f / (c_p \cdot 100\text{K}) \\ = [1 \cdot 333'800 / (4182 \cdot 100)] \text{ kg} = 798\text{g} \\ \Delta S = [m_E L_f / T_2] + m_w c_p \ln(T_2 / T_1) = [333'800 / 273 + 0.798 \cdot 4182 \cdot \ln(273 / 373)] \text{ J/K} = \underline{\underline{181 \text{ J/K}}}$$

$$3a) \Delta S = k_B \ln(P_2 / P_1) = k_B \ln\left(\frac{\binom{12}{6}}{\binom{12}{3}}\right) = \\ k_B \ln(3! 9! / (6!)^2) = \underline{\underline{1.435 k_B}} = \underline{\underline{1.98 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}}}$$

$$b) \Delta S = k_B \ln(P_2 / P_1) = k_B \ln\left(\frac{\binom{12}{0}}{\binom{12}{3}}\right) = \\ k_B \ln(3! 9! / 12!) = \underline{\underline{-5.39 k_B}} = \underline{\underline{-7.45 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}}}$$

$$4a) \Delta S = k_B \ln(P_2 / P_1), \quad \frac{P_2}{P_1} = \frac{\binom{12}{4} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^4 \left(\frac{2}{3}\right)^8}{\binom{12}{6} \left(\frac{1}{3}\right)^6 \left(\frac{2}{3}\right)^6} = \frac{15}{7} \\ \Delta S = \underline{\underline{0.762 k_B}} = \underline{\underline{1.05 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}}}$$

$$b) \frac{P_2}{P_1} = \frac{\binom{12}{8} \left(\frac{1}{3}\right)^8 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4}{\binom{12}{6} \left(\frac{1}{3}\right)^6 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^6} = \frac{15}{112} \\ \Delta S = \underline{\underline{-2.01 k_B}} = \underline{\underline{-2.78 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}}}$$

$$5.) \Delta S = k_B \ln(P_2 / P_1), \quad \frac{P_2}{P_1} = \frac{\binom{6}{3} \binom{6}{3} / \binom{12}{6}}{\binom{6}{6} \binom{6}{0} / \binom{12}{6}} = 400 \\ \Delta S = \underline{\underline{5.99 k_B}} = \underline{\underline{8.27 \cdot 10^{-27} \text{ J/K}}}$$

$$6.) \Delta S = m c_p [\ln(323/273) + \ln(323/373)] = 1 \cdot 4182 \\ [\ln(323^2 / (273 \cdot 373))] \text{ J/K} = \underline{\underline{101 \text{ J/K}}}$$