

Musterprüfung

Themen: Rotation

- 1.) Bestimme die Drehwinkel im Bogenmass, wenn
 - a) $\varphi = 90^\circ$
 - b) $\varphi \hat{=} (50/3)$ Umdrehungen

- 2.) Bestimme die Winkelgeschwindigkeit, wenn
 - a) $\varphi = 360^\circ$ in 1.2 min
 - b) $\varphi \hat{=} 8604$ pro Minute

- 3.) Berechne die relative Winkelgeschwindigkeit von Minuten- und Stundenzeiger ($\omega_{rel} = \omega_{min} - \omega_h$) und daraus in welchem regelmässigen Zeitabstand der Minutenzeiger den Stundenzeiger „überholt“.

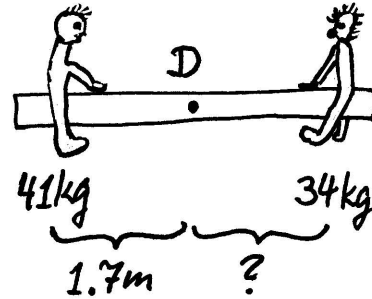
- 4.) Ein Pilot der Schweizer Luftwaffe möchte sein neues Überschallflugzeug testen. Um beim Test nicht in fremde Lufträume einzudringen, soll die Flugbahn einen Krümmungsradius von nicht mehr als 30km haben und die Zentripetalbeschleunigung soll nicht grösser als $4g$, d.h. 40 m/s^2 sein. Welche Höchstgeschwindigkeit in Mach ($1 \text{ Mach} \hat{=} 343 \text{ m/s}$) kann beim Test erreicht werden?

- 5.) Berechne die Winkelgeschwindigkeit der Erdrotation und daraus die Verminderung der Fallbeschleunigung am Äquator, wenn man $r = 6371 \text{ km}$ als Bahnradius verwendet.

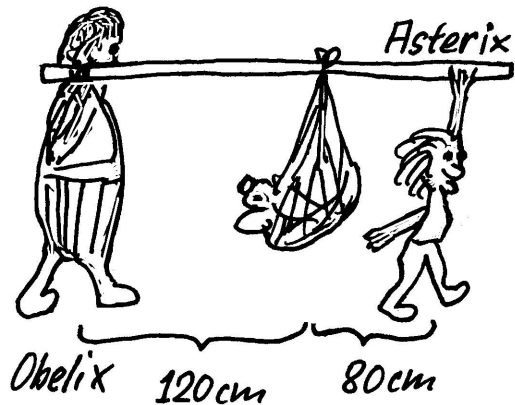
- 6.) Mit welcher Winkelgeschwindigkeit umkreist ein Raumschiff in erdnahe Umlaufbahn ($r \approx 6500 \text{ km}$) die Erde, wenn dort $g \approx 9.4 \text{ m/s}^2$. Wie gross ist die siderische Umlaufzeit?

7.) Ein Mechaniker hat bei einer Montage einen Drehmoment-schlüssel auf 100Nm eingestellt. Welche Kraft ist beim Anziehen von Schrauben erforderlich, wenn der Hebelarm nicht grösser ist als 34cm ?

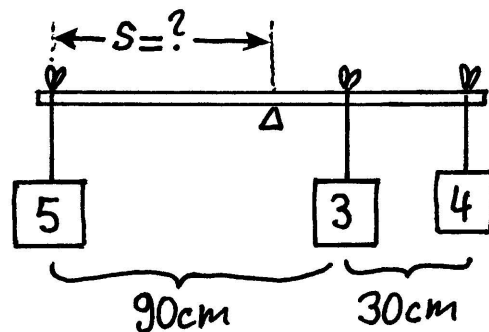
8.) Der 41kg schwere Max sitzt 1.7m von der Achse einer Schaukel entfernt. In welchem Abstand von der Drehachse muss sich der 34kg schwere Moritz auf die Schaukel setzen, damit das Schaukeln Spass macht?



9.) Asterix und Obelix haben ein Wildschwein erlegt dessen Gewichtskraft 450N beträgt. Welche Tragkraft muss jeder aufbringen, wenn man die Gewichtskraft des Stabs vernachlässigen kann?



10.) Drei Körper mit Massen, 5 , 3 und 4kg sind mit Schnüren an einem dünnen (massenlosen) Stab befestigt. Siehe nebenstehende Skizze!



Wo befindet sich der Schwerpunkt der Massen? ($s=?$)

11.) Wie gross ist das Massenträgheitsmoment der Erde
a) bezüglich Erdrotation, wenn man sie als homogene

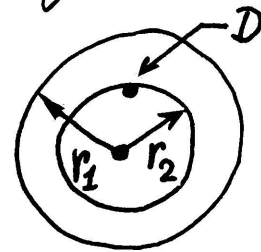
Kugel mit einer Masse von $6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ und einem Radius von 6370 km betrachtet?

b.) bezüglich dem Umlauf um die Sonne, wenn man sie als punktförmige Masse von $6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ betrachtet, welche die Sonne im Abstand von 150 Mio. km umkreist?

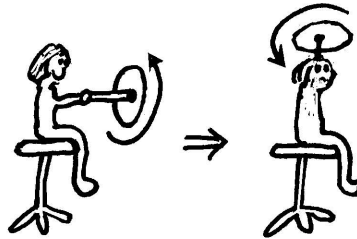
12.) Berechne den Drehimpuls und die Rotationsenergie der Erde mit einer Masse von $6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ und einem Radius von 6370 km für eine Umlaufzeit der Rotation von 24 h .

13.) Eine Kugel mit einer Masse von 2.3 kg rollt mit einer Geschwindigkeit von 3.5 m/s . Wie gross ist die gesamte Bewegungsenergie der Kugel.

14.) Berechne das Massenträgheitsmoment des Reifens aus einer Stahlplatte mit einer Flächendichte von 110 kg/m^2 bezüglich dem Drehpunkt D , wenn $r_1 = 22 \text{ cm}$ und $r_2 = 15 \text{ cm}$.



15.) Bei einem Drehschemelversuch wird ein Rad mit horizontaler Drehachse in Drehung versetzt. Dann wird das Rad während es sich dreht gekippt so, dass die Rotation um eine vertikale Achse erfolgt. Was geschieht? Begründe deine Erwartungen.

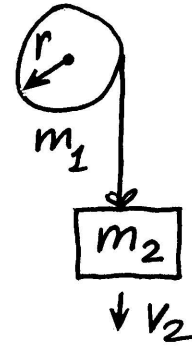


16.) Ein Drehmoment M , das während einer Zeit Δt wirkt, erzeugt eine Veränderung des Drehimpulses wie folgt: $\Delta L = M \cdot \Delta t$. Welches Drehmoment ist erforderlich, um ein Schwungrad mit einem Massenträgheitsmoment

Von $3.25 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, das anfänglich ruht, innerhalb von 20s auf eine Drehzahl von 4000U/min zu beschleunigen und welche Rotationsenergie ist dann im Schwungrad gespeichert?

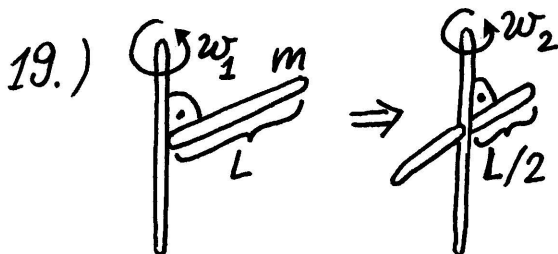
17.) Auf einem Parabelflug durchläuft ein Flugzeug mit dem Scheitelpunkt der „Wurfparabel“ mit einer Geschwindigkeit von 855km/h. Wie gross ist dort der Krümmungsradius der Flugbahn, wenn im Innern des Flugzeugs scheinbare Schwerelosigkeit herrscht?

18.) Für den Radius und die Masse der Walze in nebenstehender Figur gilt folgendes: $m_1 = 3\text{kg}$ und $r = 20\text{cm}$. Es sei $m_2 = 2\text{kg}$.



a) Wie gross sind die Bewegungsenergien der drehenden Walze und der Masse m_2 wenn sich letztere mit einer Geschwindigkeit wie folgt bewegt: $v_2 = 1.0\text{m/s}$?

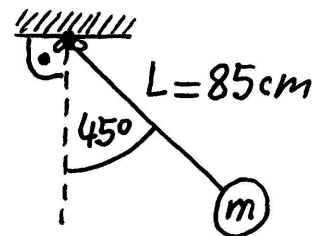
b) Die Vorrichtung sei anfänglich ruhend. Wie weit muss sich die an der Schnur hängende Masse nach unten bewegen, bis sie die Geschwindigkeit v_2 erreicht hat?



Ein dünner 0.80kg schwerer, 60cm langer Stab rotiert um ein Stabende mit einer Drehzahl von 180U/min.

Der Stab wird zur Drehachse hin gezogen bis sein Schwerpunkt in der Drehachse liegt.

- a) Mit welcher Drehzahl (in U/min) rotiert der Stab, wenn sich sein Schwerpunkt in der Drehachse befindet?
- b) Welche Arbeit muss verrichtet werden, um den Stab nach innen zu ziehen, bis sein Schwerpunkt in der Drehachse liegt?
- 20.) Bei welchen Geschwindigkeiten verliert ein Fahrzeug in einer Kurve mit einem Krümmungsradius von 38m seine Bodenhaftung, wenn der Haftreibungskoeffizient 0.8 beträgt?
- 21.) Am Äquator wird in einen 61m tiefen Ziehbrunnen ein Stein fallen gelassen. Der Fall dauert 3.5s. Infolge der Erdrotation bewegen sich Punkte in Abhängigkeit vom Abstand r vom Erdmittelpunkt mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten wie folgt: $v(r) = \omega \cdot r$. Es sei $\omega = 2\pi / (24h) = 7.27 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. Der Unterschied der Bahngeschwindigkeiten beim Loslassen und beim Aufprall ist wie folgt: $\Delta v = \omega \cdot (r_1 - r_2) = \omega \cdot h = \omega \cdot 61\text{m}$. Bestimme den Unterschied Δv der Bahngeschwindigkeiten und daraus die Abweichung der Flugbahn vom Lot beim Aufprall.
- 22.) Bei welcher Winkelgeschwindigkeit schliesst die Schnur eines 85cm langen Kegelpendels mit dem Lot einen Winkel von 45° ein?



Musterlösungen

$$1a) \quad \pi \hat{=} 180^\circ \\ \pi/2 \hat{=} 90^\circ = \varphi \rightarrow \pi/2 = \underline{\underline{1.5708}}$$

$$b) \quad (50/3) \cdot 2\pi = 100\pi/3 = \underline{\underline{104.72}}$$

$$2a) \quad \omega = 2\pi / (1.2 \cdot 60s) = \underline{\underline{0.08727s^{-1}}}$$

$$b) \quad \omega = 860 \cdot 2\pi / (60s) = \underline{\underline{90.06s^{-1}}}$$

$$3.) \quad \omega_{rel} = 2\pi / (3600s) = 2\pi / (12 \cdot 3600s) = \\ (2\pi / (3600s)) [1 - 1/12] = 1.5999 \cdot 10^{-3} s^{-1} \rightarrow \\ \varphi = 2\pi = \omega_{rel} \cdot t \rightarrow t = 2\pi / \omega_{rel} = 2\pi / \\ (1.5999 \cdot 10^{-3} s^{-1}) = \underline{\underline{3927.3s}} = \underline{\underline{1h 5min 27.3s}}$$

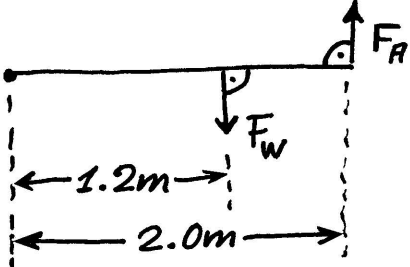
$$4.) \quad \text{Betrachten Grenzfall: } a_{zp} = 40m/s^2 = v^2/r \rightarrow \\ v \leq \sqrt{a_{zp} \cdot r} = \sqrt{40 \cdot 90'000} m/s = 1897m/s = \\ (1897/343) \text{ Mach} = \underline{\underline{5.5 \text{ Mach}}}$$

$$5.) \quad \omega = 2\pi / (86'164s) = \underline{\underline{7.29 \cdot 10^{-5} s^{-1}}} \\ a_{zp} = \omega^2 \cdot r_E = (7.29 \cdot 10^{-5} s^{-1})^2 \cdot 6'371'000m \\ a_{zp} = \underline{\underline{0.0339m/s^2}}$$

$$6.) \quad a_{zp} = 9.4m/s^2 = \omega^2/r \rightarrow \omega = \sqrt{a_{zp}/r} = \\ \sqrt{9.4/6'500'000} s^{-1} = \underline{\underline{1.2026 \cdot 10^{-3} s^{-1}}} = 2\pi/T \rightarrow \\ T = 2\pi/\omega = 2\pi / (1.2026 \cdot 10^{-3} s^{-1}) = \underline{\underline{5225s}} \\ = \underline{\underline{1h 27min 5s}}$$

$$7.) \quad M \leq F \cdot r \rightarrow F \geq M/r = 100Nm / (0.34m) = \underline{\underline{294N}}$$

$$8.) \quad m_1 g \cdot 1.7 \text{ m} = m_2 g \cdot x \stackrel{:(m_2 g)}{\rightarrow} x = (m_1 g / (m_2 g)) \cdot 1.7 \text{ m} \\ = (m_1 / m_2) \cdot 1.7 \text{ m} = (41/34) \cdot 1.7 \text{ m} = \underline{\underline{205 \text{ cm}}}$$

$$9.) \quad F_W \cdot 1.2 \text{ m} = F_A \cdot 2.0 \text{ m} \\ \rightarrow F_A = (1.2 \text{ m} / (2.0 \text{ m})) \cdot F_W \\ = (3/5) \cdot 450 \text{ N} = \underline{\underline{270 \text{ N}}}$$


$$F_O = F_W - F_A = 450 \text{ N} - 270 \text{ N}$$

$F_O = \underline{\underline{180 \text{ N}}}$. Antw.: Asterix bringt 270 N Tragkraft auf und Obelix bringt 180 N Tragkraft auf.

$$10.) \quad 5 \cdot s = 3 \cdot (0.9 - s) + 4 \cdot (2 - s) \rightarrow 5s = 2.7 - 3s + 8 - 4s \\ \rightarrow 12s = 10.7 \rightarrow s = (10.7/12) \text{ m} = \underline{\underline{892 \text{ mm}}}$$

$$11a) \quad J_S = \frac{2}{5} m r^2 = \frac{2}{5} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot (6'370'000)^2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \\ J_S = \underline{\underline{9.74 \cdot 10^{37} \text{ kg} \cdot \text{m}^2}}$$

$$b) \quad J_S = m r^2 = 6 \cdot 10^{24} \cdot (150 \cdot 10^6 \cdot 10^3)^2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \\ J_S = \underline{\underline{1.35 \cdot 10^{47} \text{ kg} \cdot \text{m}^2}}$$

$$12.) \quad J_S = 9.74 \cdot 10^{37} \text{ kg} \cdot \text{m}^2, \text{ siehe Aufg. 11a.}$$

$$\omega = 2\pi / (24 \cdot 3600 \text{ s}) = 7.272 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

$$\text{Drehimpuls: } L = J\omega = 9.74 \cdot 10^{37} \cdot 7.272 \cdot 10^{-5} \text{ Nms} \\ L = \underline{\underline{7.08 \cdot 10^{33} \text{ Nms}}}$$

$$\text{Rotationsenergie: } E_{\text{rot}} = \frac{1}{2} J\omega^2 = \frac{1}{2} \cdot 9.74 \cdot 10^{37} \cdot \\ (7.272 \cdot 10^{-5})^2 \text{ J} = \underline{\underline{2.575 \cdot 10^{29} \text{ J}}}$$

$$13.) \quad E_{\text{kin}} = E_{\text{trans}} + E_{\text{rot}} = \frac{1}{2} M v^2 + \frac{1}{2} J\omega^2 = \frac{1}{2} M v^2 \\ + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{5} m r^2\right) \cdot (v/r)^2 = \left(\frac{7}{10}\right) m v^2 = 0.7 \cdot 2.3 \cdot 3.5^2 \text{ J} = \underline{\underline{19.7 \text{ J}}}$$

$$14.) m_1 = \pi r_1^2 \cdot \rho_A, m_2 = \pi r_2^2 \cdot \rho_A, m = m_1 - m_2 = \pi (r_1^2 - r_2^2) \cdot \rho_A$$

$$J_S = \frac{1}{2} m_1 r_1^2 - \frac{1}{2} m_2 r_2^2 = \frac{\pi}{2} (r_1^4 - r_2^4) \cdot \rho_A$$

$$\text{Satz von Steiner: } J = J_S + m r_2^2 = J_S + \pi (r_1^2 - r_2^2) r_2^2 \cdot \rho_A$$

$$= \pi \cdot \rho_A \left[\frac{1}{2} (r_1^4 - r_2^4) + r_1^2 r_2^2 - r_2^4 \right] = \pi \cdot 110 \left[\frac{1}{2} (0.22^4 - 0.15^4) + 0.22^2 \cdot 0.15^2 - 0.15^4 \right] \text{ kg} \cdot \text{m}^2 = \underline{\underline{0.519 \text{ kg} \cdot \text{m}^2}}$$

15.) Wenn das drehende Rad so gedreht wird, dass seine Drehachse vertikal steht, so wird auf das Rad ein Drehmoment um eine horizontale Drehachse ausgeübt. Der Drehimpuls um die vertikale Achse des Schemels war ursprünglich eindeutig gleich null. Dies ändert sich auch nicht wenn ein Drehmoment um eine horizontale Achse auf das rotierende Rad ausgeübt. Wenn die Radachse vertikal steht hat es einen vertikalen Drehimpuls. Dies wird kompensiert durch eine Rotation des Schemels samt Versuchsperson in Gegenrichtung.

$$16.) M = \Delta L / \Delta t = J \cdot \Delta \omega / \Delta t = [3.25 \cdot (4000 \cdot 2\pi / 60) / 20] \text{ Nm} = \underline{\underline{68.1 \text{ Nm}}}$$

$$17.) g = v^2 / r \rightarrow r = v^2 / g = [(855 / 3.6)^2 / 10] \text{ m} \\ r = \underline{\underline{5.64 \text{ km}}}$$

$$18a) \omega = v_2 / r = (1 / 0.5) \text{ s}^{-1} = 2 \text{ s}^{-1}, J = \frac{1}{2} m_1 r^2 = \\ \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 0.2^2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 = 0.06 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$E_{k2} = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1^2 \text{ J} = \underline{\underline{1.0 \text{ J}}}$$

$$E_{\text{rot}} = \frac{1}{2} J \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot 0.06 \cdot 2^2 \text{ J} = \underline{\underline{0.12 \text{ J}}}$$

$$b) m_2 g h = E_{k2} + E_{\text{rot}} = 1.12 \text{ J} \rightarrow h = 1.12 \text{ J} / (m_2 g) = \underline{\underline{87.5 \text{ mm}}}$$

19a) Beim Hineinziehen des Stabs wirkt kein Drehmoment \rightarrow Drehimpulserhaltung.

$$J_1 = J_s + m(L/2)^2 = \frac{1}{12} mL^2 + \frac{1}{4} mL^2 = \frac{1}{3} mL^2, \quad J_2 = J_s = \frac{mL^2}{12}$$

$$J_1 \omega_1 = J_2 \omega_2 \rightarrow \omega_2 = (J_1/J_2) \omega_1 = 4\omega_1 \rightarrow$$

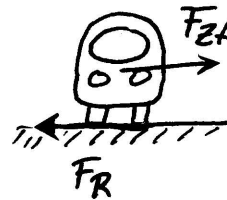
Drehzahl wird 4 Mal grösser \rightarrow 720 U/min

$$\begin{aligned} b) \Delta W &= \frac{1}{2} J_2 \omega_2^2 - \frac{1}{2} J_1 \omega_1^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{mL^2}{12} \cdot (4\omega_1)^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{mL^2}{3} \omega_1^2 \\ &= mL^2 \omega_1^2 \left[\frac{2}{3} - \frac{1}{6} \right] = mL^2 \omega_1^2 / 2 = [0.8 \cdot 0.6^2 \cdot \\ &\quad (180 \cdot 2\pi / 60)^2 / 2] \text{ J} = \underline{\underline{51.2 \text{ J}}} \end{aligned}$$

20.) $mV^2/r \leq \mu_H mg \rightarrow$

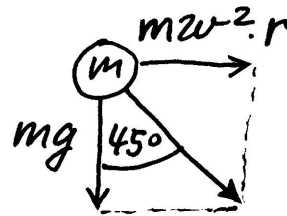
$$V \leq \sqrt{\mu_H r g} = \sqrt{0.8 \cdot 38 \cdot 10} \text{ m/s}$$

$$V \leq \underline{\underline{17.4 \text{ m/s}}} = \underline{\underline{63 \text{ km/h}}}$$



$$\begin{aligned} 21.) \Delta v &= \omega \cdot 61 \text{ m} = (7.27 \cdot 10^{-5} \cdot 61) \text{ m/s} = 4.435 \cdot 10^{-3} \text{ m/s} \\ \Delta s &= \Delta v \cdot \Delta t = 4.435 \cdot 10^{-3} \cdot 3.5 \text{ m} = \underline{\underline{1.55 \text{ cm}}} \end{aligned}$$

22.) Gewichtskraft und Fliehkraft sind gleich gross und Bahnradius ist $r = L/\sqrt{2}$



$$m\omega^2 r = mg \rightarrow \omega = \sqrt{g/r}$$

$$\omega = \sqrt{\sqrt{2} g / L} = \sqrt{\sqrt{2} \cdot 10 / 0.85} \text{ s}^{-1} = \underline{\underline{4.08 \text{ s}^{-1}}}$$