Lieber Nima

Ich würde vielleicht „zum Einstieg" eine Übung machen wie folgt:

Harmonischer Oszillator in „natürlichen Einheiten"

$$\hat{H} = -\frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{2}x^2$$

Die Eigenfunktionen sind dann

$$\Psi_n(x) = \frac{1}{\sqrt{2^n n! \sqrt{\pi}}} H_n(x) e^{-x^2/2}$$

Dabei sind H_n die Hermiteschen Polynome

$$H_0(x) = 1$$
$$H_1(x) = 2x$$
$$H_2(x) = 4x^2 - 2$$
$$H_3(x) = 8x^3 - 12x$$
$$H_4(x) = 16x^4 - 48x^2 + 12$$
$$\vdots$$

die man rekursiv berechnen kann wie folgt:

$$H_{n+1}(x) = 2x\, H_n(x) - 2n H_{n-1}(x)$$

z. B. $\quad H_3(x) = 2x(4x^2-2) - 4\cdot 2x = 8x^3 - 12x$

Wir nehmen an, der Oszillator sei im Grundzustand gewesen, als sich instantan die Gleichgewichtslage um δ verschiebt. Es wäre also

$$\Psi_i(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{\pi}} e^{-\frac{(x-\delta)^2}{2}}$$

Die zeitabhängige Lösung schreiben wir dann

$$\Psi(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \Psi_n(x) e^{-(n+\frac{1}{2})it},$$

wobei

$$c_n = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_i(x) \Psi_n(x) dx$$

Dann kannst Du mal üben mit $\delta_1 = 0.1$, $\delta_2 = 0.2$ u.s.w.

Darstellen würde man dann die Wahrscheinlichkeitsdichte $|\Psi^* \Psi|$.