## Musterprüfung

## Themen:

- 1. Marchzins
- 2. Textaufgaben
- 3. Geradengleichungen
- 4. Gleichungen mit der Lösungsvariablen im Nenner
- 5. Ungleichungen mit einer Unbekamten auch solche mit der Lösungsvariablen im Nenner
- 6. Kosten-, Erlös- und Gewinnfunktion
- 1.1.) Herr Caduff hat ausgerechnet, dass er pro Woche (7 Tage) im Durchschnitt CHF 1400 ausgibt. Wenn er demnächst pensioniert wird, erhält er mit seiner Rente rund CHF 740 pro Woche. Welchen mittleren Zinssatz müssten seine Erspannisse von CHF 230'000 mindestens abwerfen, damit er finanziell über die Runden kommt?
- 1.2.) Martha hat £81'000 geerbt. Sie hat den Betrag provisorisch auf einem Bankkonto mit einem Zinssatz von 234 % deponiert. In welchen Zeitabständen kann sie von diesem Konto £100 abheben, ohne dass der Kontostand sinkt?
- 1.3.) Der Jahreszins eines Kapitals unit einem Zinssatz von 2 % ist gleich gross wie der Marchzins für acht Monate eines doppelt so grossen Kapitals. Wie gross ist der Zinssatz des grösseren Kapitals?
- 2.1.) Die Differenz von zwei Zahlen beträgt 12 und die Differenz ihrer Quadrate beträgt 528. Wie heissen die beiden Zahlen?

- 2.2.) Die Summe zweier Zahlen beträst 13 und die Differenz ihrer Quadrate beträst 39. Wie heissen die beiden Zahlen?
- 2.3.) Eine Zahl wird um einen Sechstel vergrössert und zum Ergebnis wird 54 addiert. Dann erhält man das Gleiche, wie wenn man das Doppelte der Zahl um einen Sechstel vermindert. Wie heisst die Zahl?
- 2.4.) Der Nenner eines ungekürzten Bruchs ist um 8 grösser als der Zähler. Wie heisst der Bruch, wenn man durch Kürzen 2/3 erhält?
- 2.5.) Addiert wan zum Nenner des Bruchs 7/8 eine Zahl x und subtrahilert die gleiche Zahl x vom Zähler, so erhält wan den gekürzten Bruch 2/3. Wie gross ist x?
- 2.6.) Drei Winzer haben jeweils die eigenen Trauben gewagen. Die Trauben der drei Winzer
  wurden dann in einem grossen Stahltank
  vergärt. Winzer B hatte doppelt so viele
  Trauben wie Winzer A und Winzer C hatte
  840kg Trauben weniger als Winzer B, aber 40%
  mehr als Winzer A. Aus der gemeinsamen
  Ernte wurden 4620 Liter Wein gekeltert,
  der im Verhältnis der Mengen Trauben unter den drei Winzern aufzeteilt wird. Wie
  viele Liter erhält jeder Winzer?
- 2.7.) Funt Berufsmaturanden der ehemalisen Klasse THM 6 haben eine Firma gegründet. Im aktuellen Jahr wird ein Reingewinn von € 36'000 erwartet, der im Verhaltnis des investierten

## Geldes aufgeteilt werden soll. Ergänze untenstehende Tabelle

| II | nhaber\       | Investiertes Geld | Anteil Reingewinn |
|----|---------------|-------------------|-------------------|
| -  | A             | € 15'000          | E                 |
| -  | ${\cal B}$    | € 45'000          | €                 |
|    | C             | € 90'000          | €                 |
|    | $\mathcal{D}$ | £ 100'000         | €                 |
|    | Ε             | € 150'000         | €                 |

- 2.8.) Wie viele Kilogramm Rosinen unit einem Kilopreis von € 18.00 müssten 100kg Haferflocken mit einem Kilopreis von € 1.80
  beigemischt werden, damit eine Müsslimischung mit einem Kilopreis von € 3.00
  resultiert?
- 2.9.) Für einen "Ballermann" wurden sechs Liter Orangensaft mit einem Literpreis von € 1.50 mit 2.2 Litern Rum gemischt. Dies ergab ein Getränk mit einem Literpreis von € 6.00. Bestimme den Literpreis des Rums.
- 2.10.) Ewei Sorten Wein werden gemischt. Zu 120 Litern Wein mit 4.2 Vol-% Alkohol giesst man 260 Liter eines Weins mit 6.1 Vol-% Alkohol. Wie hoch ist der Alkoholgehalt der Mischung?

- 2.11.) Giovanni evstellt eine Mauer allein in acht Tagen. Nach drei vollen Arbeitstagen hilft ihm sein Kollege Raimondo, der die Mauer allein in 12 Tagen erstellen könnte. Wie lauge wird insgesamt an der Mauer gearbeitet?
- 2.12.) Eine Pumpe der Fenerwehr kann einen überfluteten Keller allein in 14h leerpumpen. Nachdem die Pumpe drei Stunden in Betrieb war, wird eine zweite Pumpe in Betrieb gesetzt, worauf der Keller in vier weiteren Stunden leergepumpt war. Wie viele Stunden hätte die zweite Pumpe fürs Leerpumpen des Kellers benötigt!
- 3.1.) Bestimme die Funktionsgleichung der Geraden
  - a)  $g_1$  durch die Punkte  $A\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$  und  $B\begin{bmatrix} 7 \\ 6 \end{bmatrix}$ .
  - b) ge durch den Punkt  $P(\frac{-1}{3})$  unit der Steigung m=-2.
- 3.2.) Berechne die Größe u in der Funktionsgleichung der Geraden g: 3x-uy+2u+1=0so, dass  $A\binom{-2}{1}eg$ .
- 3.3.) Für welche Werte der Steigung m der Geraden g: y = mx 11 ist  $P(\frac{\pi}{3}) \notin g$ ?
- 3.4.) Bestimme den Schnittpunkt der Geraden

a) 
$$g_1: y = 3x - 7$$
 und  $g_2: y = -2x + 13$ 

- 3.5.) Bestimme die Steigung in der Geraden g: y = mx + 5 so, dass  $P\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} \in g$ .
- 3.6.) Für welche Werte von a sind  $g_1: y=5x-7a$  und  $g_2: ax-2y+100=0$  parallel?
- 3.7.) Die Geraden g<sub>1</sub>: 2x+3y-u=0 und g<sub>2</sub>: x -2y+2=0 schneiden sich auf der Höhe y<sub>s</sub> = 3. Bestimme den Parameter u und die x-Koordinate x<sub>s</sub> des Schnittpunkts.
  - 4.1.) Bestimme Definitions- und Lösungsmenge von × 12

a) 
$$\frac{x}{x-3} - \frac{x}{x+3} = \frac{12}{x^2-9}$$

$$4) \frac{x}{x+3} - \frac{x-1}{x-2} = \frac{5x+12}{x^2+x-6}$$

c) 
$$\frac{x+5}{x-2} + x = \frac{x^2}{x-2}$$

d) 
$$(x-3) \cdot (\frac{x}{x-4} - 2) = 0$$

5.1.) Bestimme die Lösungsmenge von

a) 
$$3x-5 < \frac{x-7}{3}$$

$$\ell(2x-3)\cdot(x+2) \leq 0$$

c) 
$$\frac{5x-4}{3} < \frac{7x-10}{2}$$

5.2.) Bestimme die Lösungsmenge von

a) 
$$\frac{3x-1}{x+2} \ge 10$$

$$\ell \frac{x}{x-3} \leq 4$$

c) 
$$\frac{x^2}{x+3} \geqslant x-4$$

$$d) \frac{x+2}{x-3} \le \frac{x+5}{x-1}$$

- 6.1.) Ein Unternehmen verkauft T-Shirts zu einem Stückpreis von CHF 7.50 am den Grosshandel. Die Fixkosten der Produktion belaufen sich auf CHF 90'000. Werden 20'000 Stück produziert, belaufen sich die Gesamtkosten auf CHF 170'000. Wie laufet die a) Kostenfunktion!
  - b) Erlösfunktion?
  - c) Gewinnfunktion und ab welcher Stückzahl resultiert ein Gewinn?
- 6.2.) Wenn 500 Stück eines Artikels herzestellt werden, entstehen Gesamtkosten von CHF 5000.
  Werden 700 Stück herzestellt, entstehen Gesamtkosten von CHF 6200. Der Erlös pro verkaustes Stück beträgt CHF 8.00. Wie lautet die a) Kostensunktion?
  - b) Erlöstunktion?
  - c) Gewinnfunktion und ab welcher Stückzahl resultiert ein Gewinn?
- 6.3.) Für die Produktion eines Artikels mit Fixkosten von CHF 3000 entstehen bei der Produktion von 1000 Stäck Gesamtkosten in der Höhe von CHF 10'000. Der Erlös pro verkauftes Stäck beträst CHF 13.00. Wie lautet die

- a) Kostenfunktion
- 6) Evlosfunktion
- c) Gewinnfunktion und wo liegt die Gewinnschwelle?
- 6.4.) Bei der Produktion eines Artikels mit Fixkosten von CHF 60'000 entstehen bei der Produktion von 200 Strick Gesamtkosten von CHF 110'000. Wie gross muss der Erlös pro Strick sein, damit die Gewünsschwelle bei 300 Strick liegt? Wie lautet in diesem Fall die
  - a) Kostenfunktion?
  - L) Erlösfunction?
  - c) Gewinnfunktion?

## Musterlösungen

1.1.) 
$$CHF(1400-740) = CHF660 = \frac{CHF230'000 \cdot p \cdot 7}{100 \cdot 360}$$
  
 $\rightarrow 660 = 44.72 p \rightarrow p = 14.8 \rightarrow \underline{mgef. 15\%}$ 

1.2.) 
$$Z = £100 = £81'000 \cdot 2.75 \cdot t$$
  $\rightarrow$   $100 = 6.1875 t \rightarrow t = 16.2 \rightarrow 16 Tage$ 

1.3.) 
$$\frac{K \cdot 2}{100} = \frac{2K \cdot p \cdot 8}{100 \cdot 12} \rightarrow 2 = \frac{4}{3}p \rightarrow p = 1.5$$
  
 $\rightarrow 1.5\%$ 

2.1.) 
$$x-y=12$$
 and  $x^2-y^2=(y+12)^2-y^2=24y+144=528 \rightarrow y=16$  and  $x=28$ 

2.2.) 
$$x+y=13$$
 and  $x^2-y^2=(13-y)^2-y^2=169-26y=39  $\rightarrow y=5$  and  $x=8$$ 

2.3.) 
$$\frac{7}{6}x + 54 = \frac{5}{6} \cdot 2x = \frac{10}{6}x \xrightarrow{HN=6} 7x + 324 = 10x$$
  
 $\rightarrow 3x = 324 \rightarrow x = 108$ 

$$2.4.) \frac{x}{x+8} = \frac{2}{3} \implies \frac{3x}{3(x+8)} = \frac{2(x+8)}{3(x+8)} \implies 3x = 2x+16$$

$$\implies x = 16 \implies 16/24$$

2.5.) 
$$\frac{7-x}{8+x} = \frac{2}{3} \rightarrow \frac{(7-x)\cdot 3}{3(8+x)} = \frac{2(8+x)}{3(8+x)} \rightarrow 21-3x = 16+2x \rightarrow x=1$$

2.6.) 
$$A \rightarrow x$$
,  $B \rightarrow 2x$ ,  $C \rightarrow 1.4x = 2x - 840kg \rightarrow 0.6x = 840kg \rightarrow x = 1400$ 

| Winzer        | Trauben | Liter Wein |
|---------------|---------|------------|
| A             | 1400kg  | 1050 Liter |
| $\mathcal{B}$ | 2800 kg | 2100 Liter |
| C             | 1960 kg | 1470 Liter |

2.7.) 
$$\pounds$$
 (15'000 + 45'000 + 90'000 + 100'000 + 150'000) =  $\pounds$  400'000  $\triangleq$   $\pounds$  36'000 Gewinn  $1 \pounds \triangleq$   $\pounds$  0.09 "

| Inhaber       | Investiertes Geld | Anteil Reingewinn |
|---------------|-------------------|-------------------|
| A             | € 15'000          | € 1350            |
| $\mathcal{B}$ | € 45'000          | € 4050            |
| C             | € 90'000          | € 8100            |
| $\mathcal{D}$ | € 100'000         | € 9000            |
| E             | € 150'000         | € 13'500          |
|               |                   |                   |

2.8.) 
$$18x + 100 \cdot 1.8 = (100 + x) \cdot 3 \rightarrow 18x + 180 = 300 + 3x \rightarrow 15x = 120 \rightarrow x = 8 \Rightarrow 8 \text{kg Rosinen}$$

2.9.) 
$$6 \cdot 1.5 + 2.2 \times = (6 + 2.2) \cdot 6 \rightarrow$$
  
 $9 + 2.2 \times = 49.2 \rightarrow 2.2 \times = 40.2 \rightarrow$   
 $\times = 18.28 \rightarrow £18.30$ 

2.10.) 
$$120 \cdot 0.042 + 260 \cdot 0.061 = 380 \cdot x \rightarrow 20.9 = 380 \times \rightarrow x = 0.055 \rightarrow 5.5 \frac{1}{20.9} = \frac{5.5 \frac{1}{100} - \frac{1}{100}}{100}$$

2.11.) 
$$\frac{3+x}{8} + \frac{x}{12} = 1 \xrightarrow{HN=24} \frac{3(3+x)}{24} + \frac{2x}{24} = \frac{24}{24}$$

$$\rightarrow 9 + 3x + 2x = 24 \rightarrow 5x = 15 \rightarrow x = 3$$

$$\rightarrow 6 \text{ Tage} \qquad \text{zusätzlich} \longrightarrow 1$$

2.12.) 
$$\frac{3+4}{14} + \frac{4}{x} = 1 \rightarrow \frac{1}{2} + \frac{4}{x} = 1 \rightarrow \frac{4}{x} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{4}{x} = \frac{1}{x} = \frac{1}{x} \rightarrow \frac{4}{x} = \frac{1}{x$$

3.1a) 
$$M = \frac{6+2}{7-3} = \frac{8}{4} = 2 \rightarrow g_1: y = 2x + b_1$$
  
 $A(-2) \in g_1: -2 = 2.3 + b_1 = 6 + b_1 \rightarrow b_1 = -8 \rightarrow g_1: y = 2x - 8$ 

b) 
$$g_2: y = -2x + b_2 \rightarrow P(\frac{-1}{3}) \in g_2: 3 = (-2) \cdot (-1) + b_2 = 2 + b_2 \xrightarrow{-2} b_2 = 1 \rightarrow g_2: y = -2x + 1$$

3.2.) 
$$A\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} \in g: 3 \cdot (-2) - u \cdot 1 + 2u + 1 = -6 - u + 2u + 1 = u - 5 = 0 \rightarrow u = 5$$

3.3.) 
$$P(\frac{7}{3}) \notin g: 3 \neq m.7 - 11 \xrightarrow{+11} 7m \neq 14 \rightarrow \underbrace{m \neq 2}$$

3.4a) 
$$g_1 \cap g_2: 3x - 7 = -2x + 13 \rightarrow 5x = 20 \rightarrow x = 4 \rightarrow y = 3.4 - 7 = 5 \rightarrow \frac{5}{5}$$

h) 
$$x = 1 - y \rightarrow g_1 \cap g_2$$
:  $2(1 - y) - 3y = 17$   
 $2 - 2y - 3y = 2 - 5y = 17 \rightarrow 5y = -15 \rightarrow$   
 $y = -3 \rightarrow x = 1 - y = 1 + 3 = 4 \rightarrow \frac{5(-3)}{2}$ 

3.5.) 
$$P(\frac{-1}{2}) \in g: 2 = m \cdot (-1) + 5 = 5 - m \rightarrow m = 3$$

3.6.) 
$$g_2: 2y = \alpha x + 100 \rightarrow y = \frac{\alpha}{2}x + 50 \rightarrow m_2 = \frac{\alpha}{2}$$
  
 $g_1 || g_2 \rightarrow m_1 = m_2 \rightarrow 5 = \frac{\alpha}{2} \rightarrow \alpha = 10$ 

3.7.) 
$$Seg_2: x-2.3+2=x-6+2=x-4=0$$
  
 $\rightarrow x_5=4$ ,  $Seg_1: 2.4+3.3-u=8+9$   
 $-u=17-u=0 \rightarrow u=17$ ,  $S(\frac{4}{3})$ 

4.1a) 
$$HN = x^{2} - 9 = (x+3) \cdot (x-3) \rightarrow \frac{x(x+3)}{HN} - \frac{x(x-3)}{HN} = \frac{12}{HN} \rightarrow x^{2} + 3x - x^{2} + 3x = 12$$
  
 $6x = 12 \rightarrow x = 2 \rightarrow D = R \setminus \{-3, 3\},$   
 $L = \{2\}$ 

A) 
$$HN = (x+3) \cdot (x-2) = x^2 + x - 6$$
,  $D = R \setminus \{-3, 2\}$   
 $\frac{(x-2)x}{HN} - \frac{(x+3)(x-1)}{HN} = \frac{5x+12}{HN} \rightarrow x^2 - 2x - x^2 - 2x + 3 = 5x + 12 \rightarrow x = -1$   
 $L = \{-1\}$ 

c) 
$$D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$$
,  $HN = x - 2$ 

$$\frac{x+5}{HN} + \frac{x^2 - 2x}{HN} = \frac{x^2}{HN} \rightarrow 5 - x = 0$$

$$x = 5 \rightarrow L = \{5\}$$

d) 
$$D = \mathbb{R} \setminus \{4\}, x-3=0 \rightarrow \underbrace{x_1 = 3}_{x-4}, \frac{x}{x-4} - 2 = 0$$

$$\frac{x}{x-4} - \frac{2x-8}{x-4} = 0 \rightarrow 2x-8 = x \rightarrow x = 8, \underline{L} = \{3;8\}$$

5.1a) 
$$HN=3 \rightarrow \frac{3(3x-5)}{HN} \langle \frac{x-7}{HN} \rightarrow 9x-15\langle x-7 \rangle \\ 8x \langle 8 \rightarrow \underbrace{x \langle 1}, \underbrace{\mathbb{L} = [x \in \mathbb{R}/x \langle 1]}_{++++++} \rangle \\ E = \underbrace{x \in \mathbb{R}/x \in$$

6.1a) 
$$y_k(x) = m_k \cdot x + 90'000$$
  
 $y_k(20'000) = 20'000 m_k + 90'000 = 170'000 \rightarrow 20'000 m_k = 80'000 \rightarrow m_k = 4$   
 $y_k(x) = 4x + 90'000$ 

b) 
$$y_{\varepsilon}(x) = 7.5x$$

c) 
$$y_G(x) = y_E(x) - y_K(x) = 7.5x - 4x - 90'000$$

$$\frac{y_G(x) = 3.5x - 90'000}{Gewinnschwelle: 0 = 3.5x - 90'000 \rightarrow x = 90'000/3.5 \approx 25'700 \text{ ungef. } 26'000 \text{ Strick}$$

6.2a) 
$$y_{K}(700) - y_{K}(500) = CHF(6200 - 5000) = CHF$$
  
 $1200 = m_{K}(700 - 500) = 200 m_{K} \rightarrow m_{K} = 6$   
 $y_{K}(500) = m_{K} \cdot 500 + b_{K} = 6 \cdot 500 + b_{K} = 5000$   
 $\rightarrow b_{K} = 2000 \rightarrow y_{K}(x) = 6x + 2000$ 

b) 
$$y_{\varepsilon}(x) = 8x$$

b) 
$$y_{E}(x) = 8x$$
  
c)  $y_{G} = y_{E} - y_{K} \rightarrow y_{G}(x) = 8x - 6x - 2000$   
 $y_{G}(x) = 2x - 2000$ ; Gewinnschwelle:  $2x - \frac{y_{G}(x)}{2000} = 0 \rightarrow x = 1000 \rightarrow ab \ 1000 \ Strick$ 

6.3a) 
$$y_k(1000) = m_k \cdot 1000 + 3000 = 10'000 \rightarrow m_k = (10'000 - 3000)/1000 = 7 \rightarrow y_k = 7x + 3000$$

$$\mathcal{L}) \ \underline{y_E(x)} = 13x$$

c) 
$$y_{G}(x) = y_{E}(x) - y_{K}(x) = 13x - 7x - 3000 = 5x - 3000 \rightarrow y_{G}(x) = 5x - 3000 \rightarrow y_{G}(x) = 5x - 3000 \rightarrow 5x = 3000 \rightarrow x = 600 \rightarrow ab 600 Strick$$

6.4.) 
$$y_{K}(200) = 200 \, m_{K} + 60'000 = 110'000 \rightarrow m_{K} = (110'000 - 60'000)/200 = 250$$

a)  $y_{K}(x) = 250 \cdot x + 60'000$ 
 $y_{G} = y_{E} - y_{K} \rightarrow y_{G}(x) = m_{E} \cdot x - 250x - 60'000 = 300 \, m_{E} - 250 \cdot 300 - 60'000 = 300 \, m_{E} - 135'000 = 0 \rightarrow m_{E} = 135'000/300 = 450$ 

b)  $y_{E}(x) = 450 \cdot x$ 

c)  $y_{G}(x) = y_{E}(x) - y_{K}(x) = 450x - 250x - 60'000 \rightarrow y_{G}(x) = 200x - 60'000$