

# Gravitation

Es sei  $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 / (\text{kg} \cdot \text{s}^2)$   
 $g = 10 \text{ m/s}^2$  (falls nicht anders  
vermerkt)!

- 1.) Wie stark wird eine 150g schwere Bleikugel von einer 15cm entfernten, 2.0kg schweren Stahlkugel angezogen und wie stark würde die Bleikugel durch die auf sie wirkende Anziehungskraft beschleunigt?
- 2.) Der  $7.35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$  schwere Mond umkreist im Abstand von 384 Mio. Meter die Erde. Mit welcher Kraft zieht der Mond  $1 \text{ m}^3$  Wasser ( $\hat{=} 1 \text{ t} = 1000 \text{ kg}$ ) an? Um welchen Faktor ist die Erdanziehung stärker?
- 3.) Der Erdumfang sei  $40 \cdot 10^3 \text{ km}$  und die Fallbeschleunigung auf der Erdoberfläche sei  $9.8 \text{ m/s}^2$ . Berechne die Erdmasse durch einen Vergleich der Gewichtskraft eines 1kg schweren Körpers mit der Anziehungskraft gemäss Newtonschem Gravitationsgesetz.
- 4.) Der Mond umkreist die  $6.0 \cdot 10^{24} \text{ kg}$  schwere Erde auf einer Kreisbahn mit Bahnradius  $r$ . Bestimme den Bahnradius  $r$  aus der Erdmasse und der Umlaufzeit. Die siderische Umlaufzeit sei 27 Tage.

- 5.) Die Erde umkreist die Sonne auf einer Kreisbahn mit einem Radius von 150 Mio. km. Die Umlaufzeit dauert 365 Tage. Wie gross ist dann die Masse der Sonne?
- 6.) Die geostationären Satelliten umkreisen die Erde über dem Äquator mit einer siderischen Umlaufzeit von 24h. Ihr Bahnradius sei  $r_{GS}$ .  
Die GPS-Satelliten umkreisen die Erde mit einer siderischen Umlaufzeit von 12h. Ihr Bahnradius sei  $r_{GPS}$ .  
Wie gross ist das Verhältnis  $r_{GS} : r_{GPS}$ ?
- 7.) Der Erdradius sei  $6.37 \cdot 10^3$  km. Die Fallbeschleunigung auf der Erdoberfläche sei  $9.8 \text{ m/s}^2$ .
- a) Wie gross ist die Fallbeschleunigung 350 km über der Erdoberfläche? (Raumstation ISS).
- b) Auf welcher Höhe über der Erdoberfläche ist die Erdanziehung noch halb so gross wie auf der Erdoberfläche?

Musterlösungen:

$$1.) F = m_2 a = G m_1 m_2 / r^2 \rightarrow a = G m_1 / r^2 = \underline{\underline{5.9 \cdot 10^{-9} \text{ m/s}^2}}$$

$$2.) F = G m m_H / r^2 = \underline{\underline{33 \text{ mN}}} \rightarrow F_G / F = \underline{\underline{3.0 \cdot 10^5}}$$

$$3.) v_E = 40'000 \text{ km} / (2\pi), \quad m g = G m m_E / r_E^2 \rightarrow m_E = g r_E^2 / G \\ = \underline{\underline{6.0 \cdot 10^{24} \text{ kg}}}$$

$$4.) m v^2 / r = G m m_E / r^2 \xrightarrow{v = \omega r} r = \sqrt[3]{G m_E / \omega^2} = \\ \sqrt[3]{G m_E (T / (2\pi))^2} = \underline{\underline{3.8 \cdot 10^8 \text{ m}}}$$

$$5.) G m_E m_S / r^2 = m_E v^2 / r \rightarrow m_S = 4\pi^2 r^3 / (G T^2) \\ = \underline{\underline{2.0 \cdot 10^{30} \text{ kg}}}$$

$$6.) r_{GS}^3 / T_{GS}^2 = r_{GPS}^3 / T_{GPS}^2 \rightarrow (r_{GS} / r_{GPS})^3 = (T_{GS} / T_{GPS})^2 \\ = 2^2 = 4 \rightarrow r_{GS} / r_{GPS} = \sqrt[3]{4} = 1.59 \rightarrow \\ \underline{\underline{r_{GS} : r_{GPS} = 1.59 : 1}}$$

$$7. a) g = G m_E / (r_E + h)^2 = \underline{\underline{8.9 \text{ m/s}^2}}$$

$$b) h = r - r_E = \sqrt{G m_E / g^*} - r_E = [\sqrt{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} / 4.9} \\ - 6'370'000] \text{ m} = \underline{\underline{2.7 \cdot 10^3 \text{ km}}}$$